МИХАЙЛА

.БЛЪЧИНА.

Изъ
Дѣтской библіотеки
Ѳедора Богданова

Д 37 6/9

Отд.
дет. ҮҮ

У Мазуренко 12/II 13. 4

№ 1126

детск.

Инв. 3456
Инд. 102
1 2/X 3

Соч. Эйлера.
Леонарда

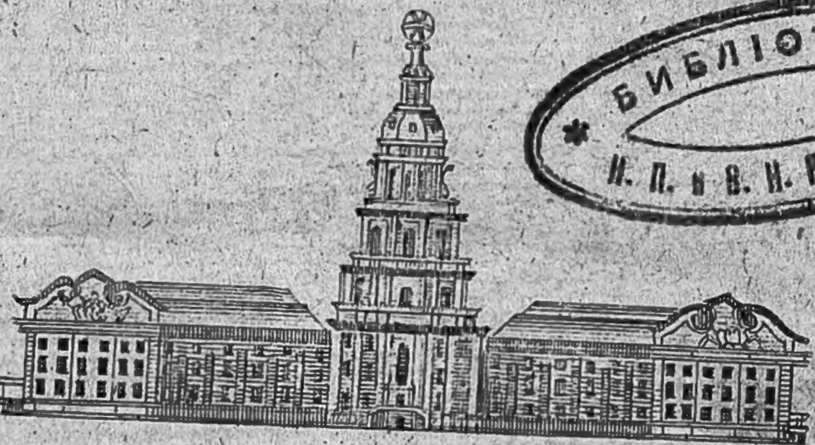
2 1 второе издание.

Спб. Ак. Наук. 1751 ...?.. 1756]

2 1-я 2-ое изд. вышло не раньше 1751 г. и не позднее 1756.

РУКОВОДСТВО
КЪ
АРИѲМЕТИКѢ
ДЛЯ УПОТРЕБЛЕНІЯ
ГИМНАЗІИ
при
ИМПЕРАТОРСКОЙ
АКАДЕМІИ НАУКЪ
переведено съ Нѣмецкаго языка
чрезъ Василья Адодурова
Академіи Наукъ Адъюнкта.

БИБЛІОТЕКА
И. П. и В. Н. РОГОЖИНЫХЪ.



ВЪ САНКТПЕТЕРБУРГѢ
1740.

Гос. Историч. Научн. Б-ка
НКП РСФСР
Инвент. № 373270
„ " 193 г.

937 6/9

КЪ ЧИТАТЕЛЮ.

Число ариѳметическихъ книгъ, которыя въ разныхъ государствахъ на свѣтъ изданы, такъ велико, что многимъ сей трудъ могъ бы весьма ненуженъ показаться. Но понеже по всемилостивѣйшимъ указамъ Ея Императорскаго Величества блаженныя и вѣчнодостойныя памяти Россійское юношество какъ въ Ариѳметикѣ такъ и въ Геометріи съ крайнимъ прилѣжаніемъ должно обучаться: то произошли бы притомъ превеликія затрудненія, ежели бы кто въ другихъ земляхъ сочиненныя и напечатанныя книги на то хотѣлъ употреблять. Ибо кромѣ того что къ тому довольное и основательное показаніе требуется и на Рускомъ языкѣ, столь великое число книгъ, сколько на то надобно, всегда изъ другихъ мѣстъ

выписывать было бы не безъ труда и не безъ убытку, а въ другомъ государствѣ напечатанныя книги для многихъ причинъ того труда недостойны показались, чтобъ ихъ здѣсь переводить и перепечатывать. Въ нихъ по большой части такіе находятся недостатки, которые здѣсь необходимо надлежало исправить. Ибо содержатъ онѣ или одни только пра́вила съ многими при нихъ положенными примѣрами, а о основаніи, на которомъ тѣ пра́вила утверждаются, не упоминается въ нихъ ни однимъ словомъ; или хотя праведныя основанія сея науки въ нѣкоторыхъ руководствахъ и показываются, однакожъ такъ труднымъ и непонятнымъ образомъ, что ежели кто къ математическому порятку не привыкъ, тому не можно почти того и выразумѣть; ктомужъ не стараются въ нихъ и о тѣхъ способахъ, чрезъ которые счисленіе лехче и короче учинить можно, но тѣмъ только довольствуются, чтобъ о всемъ основаніе въ короткихъ сло-

словахъ показано было. А понеже извѣстно что Ариѳметика, когда она безъ основанія и безъ доказательствъ показывается, недовольна ни къ разрѣшенію всѣхъ случаевъ, ни къ поощренію человѣческаго разума, о чемъ надлежало бы еще и наипаче стараться: того ради потщились мы въ семъ Руководствѣ основаніе всѣхъ правилъ и ариѳметическихъ дѣйствій съ такою ясностію предложить и истолковать, чтобъ оное и тѣ разобрать могли, которые къ основательнымъ доказательствамъ хотя еще и не привыкли; причемъ также и тѣ правила, которыя надлежатъ до особливыхъ способностей въ счисленіи, пространно описаны и довольными примѣрами изъяснены. И такъ надѣемся мы, что чрезъ сіе расположеніе молодые люди не только надлежащую твердость въ Ариѳметикѣ получить могутъ, но и при всякомъ ариѳметическомъ дѣйствіи праведное основаніе и причину видѣть будутъ, а чрезъ то и сами къ основательному размышле-

нїю помалу прїобыкнуть. Ибо ежели кто данныя правила совершенно разумѣетъ, и притомъ ихъ основанїе и начало, откуда они происходятъ, ясно познаваетъ, тотъ нѣкоторымъ образомъ приходитъ въ состоянїе собственнымъ своимъ разсужденїемъ изобрѣтать новыя правила и по онымъ такїя задачи рѣшить, къ которымъ обыкновенныя правила сами по себѣ недовольны. Впрочемъ не надлежитъ опасаться, чтобъ изученїе Ариѳметики такимъ образомъ здѣлалось трудняе и долговременнѣе, нежели когда одни только правила безъ всякаго основанїя предлагаются. Всякъ понимаетъ то скоряе и гораздо лехче въ памяти содержитъ, чего основанїе и начало ясно усматриваетъ, и притомъ можетъ оное при всѣхъ случаяхъ лучше употребить въ свою пользу. Ктомужъ ежели кто какой ни будь наукѣ обучится основательно, тотъ въ состоянїи будетъ и безъ показанїя многїя вещи рассудить, которыя бы ему съ великимъ трудомъ толковать

надле-

надлежало, буде бы онъ не зналъ потребнаго къ тому основанія. А молодымъ людемъ такое основательное руководство къ Ариѳметикѣ тѣмъ надобнѣе и полезнѣе, что они прежде того чрезъ немалое время въ языкахъ и въ другихъ вещахъ обучаемы бываютъ, гдѣ основательное показаніе и употреблено быть не можетъ, и что притомъ ни мало къ тому не пріучаются, чтобъ о какомъ дѣлѣ основательно размышлять. Но сего недостатка способнѣе исправить почти не можно, какъ только тѣмъ, чтобъ Ариѳметика, которой всегда въ молодыхъ лѣтахъ учиться надобно, показывана была съ довольнымъ основаніемъ, дабы молодые люди чрезъ то къ порядочному разсужденію заблаговременно привыкали. Къ сему намѣренію никакое ученіе такъ неспособно какъ математическое, для того что въ немъ все отъ самыхъ первыхъ началъ нашего познанія съ крайнею ясностію производится и весьма основательно доказывается, а напро-

шивъ шого въ другихъ наукахъ находишся еще очень много шого, что неясно и неправильно исшолковано, а часто и самая ложъ вмѣсто правды предлагаешся. Чего ради въ семъ Руководствѣ произведены всѣ ариѳметическія правила и дѣйствія отъ самаго свойства чиселъ и употребительныхъ знаковъ такимъ образомъ, что всякъ и безъ особливаго въ томъ наставленія ариѳметическія дѣйствія понять и въ употребленіи оныхъ надлежащую способность получить, а притомъ и основаніе, на которомъ они утверждаются, совершенно познать можетъ. Въ такомъ намѣреніи раздѣлено сіе Руководство на разныя предложенія, въ которыхъ или самыя правила, или что къ ихъ разумѣнію служить можетъ, кратко и ясно предлагаются. Къ онымъ предложеніямъ пріобщены еще пространныя изъясненія, въ которыхъ все то, что въ каждомъ предложеніи содержится, съ довольною внятностію доказываешся. Напослѣдокъ при всякомъ ариѳмети-

ѳмети-

ѳметическомъ дѣйствіи положено по нѣскольку примѣровъ, изъ которыхъ ихъ пользу и употребленіе усмотрѣть можно.

Что до порятка и расположенія всея книги касается, то сперва показывается изъ Ариѳметики только то, чему обыкновенно учатъ, и что необходимо знать надобно; потомъ слѣдуетъ та часть Ариѳметики, которая надлежитъ до Геометріи и до прочихъ частей Математики, и содержитъ въ себѣ десятичныя дроби купно съ вычитаніемъ радиксовъ, а напослѣдокъ также и ученіе о логариѳмахъ и ихъ употребленіи толкуетъ. Общая Ариѳметика раздѣляется наиспособнѣе на три части, изъ которыхъ первая заключаетъ въ себѣ такъ называемыя первыя ариѳметическія дѣйствія въ цѣлыхъ и ломаныхъ числахъ; вторая показываетъ употребленіе оныхъ дѣйствій при разныхъ деньгахъ, мѣрахъ, вѣсахъ и прочихъ тому подобныхъ вещахъ; третія изъ-

асняетъ разныя ариѳметическія правила, которыя потребны къ рѣшенію многихъ въ человѣческомъ обществѣ случающихся задачъ, какъ напримѣръ правило тройное какъ правое такъ и возвратительное, правило пятерное, правило складное или правило товарищества, правило соединенія или смѣшенія, и прочія; а напослѣдокъ четвертая часть, какъ уже объявлено, имѣетъ тѣ ариѳметическія дѣйствія предлагать, которыя особливо потребны къ геометрическимъ и прочимъ математическимъ численіямъ.

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ
О ПЕРВЫХЪ
АРИѲМЕТИЧЕСКИХЪ
ДѢЙСТВІЯХЪ
ВЪ ЦѢЛЫХЪ И ЛОМАНЫХЪ ЧИСЛАХЪ.

БИБЛІОТЕКА
И. П. и В. Н. РОГОЖИНЫХЪ.

ГЛАВА I.

О АРИѲМЕТИКѢ ВООБЩЕ

I.

Ариѳметика есть такая наука, которая показываетъ свойство чиселъ, и притомъ подаетъ нѣкоторыя правила, способныя къ исчисленію или рѣшенію наибольшихъ въ общемъ житіи случающихся задачъ.

Но понеже Ариѳметика, о которой мы здѣсь предлагать имѣемъ, есть часть Математики, того ради надлежитъ для большаго изъясненія и о томъ вкратцѣ упомянуть, въ чемъ состоитъ математическое ученіе. Оно показываетъ какъ изъ знаемыхъ количествъ находить другія намъ еще невѣдомыя. И такъ то, что въ Математикѣ предлагается, состоитъ либо въ знаемыхъ, либо еще въ искомыхъ

мыхъ количествахъ. Ибо ежели мы и всѣ части Математики порознь разсуждать будемъ, то увидимъ, что въ нихъ все склоняется только къ тому, какъ изъ знаемыхъ количествъ надлежитъ находить незнаемыя. Разныя части въ Математикѣ раждаются отъ разныхъ родовъ количества, по тому что всякая часть о особливомъ родѣ онаго разсуждаетъ. Такъ и числа не что иное, какъ только особливой родъ количества; а Ариѳметика есть оная часть Математики, которая упражняется въ числахъ. Сего ради можно также сказать, что Ариѳметика есть наука, которая показываетъ какъ изъ данныхъ или знаемыхъ чиселъ находить незнаемыя. Такимъ образомъ видимъ мы, что чрезъ всѣ ариѳметическія дѣйствія находится такое число, которое прежде было незнаемо. Но какъ Ариѳметика обыкновенно предлагается, то содержитъ она въ себѣ гораздо больше дѣйствій и правилъ, нежели сколько оныхъ отъ одного только свойства чиселъ произвести можно. А именно соединяютъ съ прямою Ариѳметикою еще нѣсколько правилъ, которыя основаніе свое имѣютъ въ общей Аналитикѣ или Алгебрѣ, чтобъ обучившійся въ ней человѣкъ могъ наибольшія въ общемъ житіи случающіяся задачи рѣшить, хотя бы онъ въ Алгебрѣ былъ и неискусенъ. И такъ, хотя оныя правила до знанія чиселъ и не надлежатъ, однакожъ ихъ отъ онаго, для объявленныхъ причинъ, отметать

метать не должно; чего ради и мы въ началѣ сїе за извѣстное приняли, что Ариөметика, кромѣ рассужденiя чиселъ, подаетъ нѣкоторыя правила, способныя къ наибольшимъ въ общемъ житiи случающимся счисленiямъ.

2) Такимъ образомъ раздѣляется Ариөметика наиспособнѣе на двѣ части, изъ которыхъ первая все то въ себѣ содержитъ, что свое основанiе на одномъ только свойствѣ чиселъ имѣетъ; а въ другой заключаются оныя правила, которыя въ наибольшихъ случаяхъ общаго житiя могутъ съ пользою употреблены быть.

Первая часть, какъ уже объявлено, есть Ариөметика сама по себѣ, и содержитъ только то, чего основанiе происходитъ отъ свойства чиселъ. До того надлежатъ первыя ариөметическiя дѣйствiя какъ въ цѣлыхъ такъ и въ ломаныхъ числахъ, по тому что оныя зависятъ отъ самаго свойства чиселъ. Но хотя оныя дѣйствiя во всѣхъ счисленiяхъ употребляются, также и самыя труднѣйшiя исчисленiя только чрезъ оныя дѣлаются; однакожъ надлежитъ ихъ почитать за одно только средство, чрезъ которое оныя исчисленiя производятся. Напротивъ того главнѣйшее присемъ есть то, чтобъ знать, какое дѣйствiе во всякомъ случаѣ надлежитъ употреблять, дабы искомое найдено было.

было. То есть, того недовольно, когда кто помянутыя ариѳметическія дѣйствія разумѣетъ, но надлежитъ во всякомъ случаѣ знать еще и правило, которое показываетъ, какія дѣйствія надобно на то употребить, чтобъ сыскать то, чего знать желаютъ. Оныя правила своего основанія въ Ариѳметикѣ не имѣютъ, но происходятъ отъ общія Аналитики или Алгебры, гдѣ для всякаго рода задачъ отъ обстоятельствъ производятся особливыя правила, помощію которыхъ праведное рѣшеніе учинить можно. Чего ради принимаются въ Ариѳметику изъ Алгебры такія правила, какія къ исчисленію обыкновенныхъ случаевъ надобны. Такимъ образомъ вошло въ Ариѳметику правило тройное, правило пятерное, правило соединенія или смѣшенія, правило фальшивое и прочія, безъ которыхъ многихъ счисленій тому учинить не можно будетъ, кто въ Алгебрѣ неискусенъ.

3) Когда многія части одного рода вмѣстѣ находятся, то изъявляется сіе множество числомъ: и того ради разумѣется чрезъ число то, о сколькихъ частяхъ говорится.

Понеже въ первой части Ариѳметики имѣетъ изслѣдовано быть свойство чиселъ, и отъ онаго произведутся тѣ дѣйствія, которыя къ находящимся во второй части правиламъ потребны; то надлежитъ прежде всего

всего о числахъ имѣть ясное понятіе. Сіе получается наиспособнѣе отъ разсужденія того, что называется единицею: по тому что число изъявляетъ сколько частей одного рода вмѣстѣ находятся. Напримѣръ когда говорятъ о стѣ рубляхъ, то разумѣютъ сто такихъ вещей, изъ которыхъ всякая называется рубль, или число сто показываетъ о сколькихъ частяхъ, изъ которыхъ всякая есть рубль, говорится. Что до количества или знаменованія всякаго числа принадлежитъ, то полагается здѣсь напередъ, что тотъ, кто Ариѳметикѣ учиться намѣренъ, о томъ сколько всякое число значитъ, имѣетъ довольное понятіе, и тѣ слова разумѣетъ, которыми число изъявляется. Но къ сему довольно того, когда кто можетъ то число надлежащимъ именемъ назвать, которое происходитъ, когда къ данному числу прибавится еще единица: ибо такимъ способомъ можно въ счисленіи такъ далеко поступить, какъ кто пожелаетъ, и притомъ о множествѣ оныхъ частей, которыя всякое число изъявляетъ, получить ясное понятіе.

4) Всякое число, какъ бы оно велико ни было, изъявляется весьма коротко и способно слѣдующими знаками: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, которыхъ знаменованіе, когда оныя порознь разсуждаются, довольно извѣстно, и того ради никакова

кова изъясненія больше не требуетъ.

Къ ариѳметическимъ дѣйствіямъ того не довольно, чтобъ всякое число надлежащимъ именемъ назвать или написать но для облегченія оныхъ дѣйствій надлежитъ числа особливыми и способными знаками или начертаніями изображать. Сіе можетъ различными способами учиниться, изъ которыхъ лехче и простяе всѣхъ есть тотъ, когда столько точекъ или чертинокъ рядомъ поставлено будетъ, сколько число показываетъ; напримѣръ когда восемь напишется такимъ образомъ: I I I I I I I I. Но сей способъ, когда случаются великія числа, есть весьма пространенъ и неясенъ: по тому что къ изображенію великаго числа требуется не только много времени и мѣста, но такимъ способомъ написаннаго числа безъ труда и узнать не можно. Римскимъ изображеніемъ чиселъ сей пространной трудъ и неясность хотя нѣсколько и уменьшается, для того что вмѣсто пяти чертинокъ пишется знакъ такой: V, а вмѣсто десяти такой; X, и такъ далѣе; но понеже сей способъ къ изъявленію великихъ чиселъ еще нѣсколько неудобенъ и неясенъ, ктомужъ и въ совершенныя правила не приведенъ, то и ариѳметическія дѣйствія, по оному способно расположены быть не могутъ. Тѣ способы счисленія въ которыхъ азбучныя писмена къ изъявленію

чиселъ

чиселЪ употребляются, какЪ сіе у наиболь-шихЪ народовЪ вЪ обыкновеніи было, подлежатЪ еще большимЪ трудностямЪ; а принятое почти вездѢ изображеніе чиселЪ десятью вышеобЪявленными знаками имѢетЪ передЪ всѢми сими способами весьма великое преимущество, какЪ отЪ слѢдующаго пространнѢе видно будетЪ.

5) ВЪ семЪ изображеніи чиселЪ вышеобЪявленные десять знаковЪ не всегда имѢютЪ одно знаменованіе, но для сысканія праведнаго знаменованія каждаго знака надлежитЪ примѢчать оное мѢсто, гдѢ которой знакЪ стоитЪ; такЪ на первомЪ мѢстѢ отЪ правой руки кЪ лѢвой имѢетЪ всякой знакЪ свое собственное знаменованіе, такЪ буттобы онЪ стоялЪ только одинЪ; на второмЪ мѢстѢ значитЪ тотЪ же знакЪ вдесятеро больше, нежели когда онЪ стоитЪ на первомЪ; на третьемЪ мѢстѢ значитЪ онЪ всотеро больше; на четвертомЪ вЪ тысячу разЪ больше; и такЪ умножается знаменованіе знаковЪ на слѢдующихЪ мѢстахЪ всегда вдесятеро противЪ прежняго.

ПрисемЪ надлежитЪ примѢчать, что

знакъ о на всѣхъ мѣстахъ никакова знаменованія не имѣетъ: по тому что десятью ничего, и сотью ничего, и такъ далѣе, всегда дѣлаетъ ничто. Какъ умножается знаменованіе прочихъ знаковъ въ разсужденіи тѣхъ мѣстъ, на которыхъ они стоятъ, о томъ надлежитъ примѣчать, что знаменованіе всякаго знака, которой стоитъ къ лѣвой рукѣ, бываетъ вдесятеро больше того, которой находится подлѣ него ближе къ правой рукѣ, и того ради надобно твердо въ памяти содержать слѣдующую таблицу.

Десятью одинъ	дѣлаетъ десять.
Десятью десять - -	сто
десятью сто - -	тысячу
Десятью тысяча - -	десять тысячъ
Десятью десять тысячъ -	сто тысячъ
Десятью сто тысячъ -	тысячу тысячъ или миліонъ
Тысяча тысячъ миліоновъ -	биліонъ
Тысяча тысячъ биліоновъ -	триліонъ
и такъ далѣе.	

Отъ сей таблицы получается понятіе о числахъ: десять, сто, тысяча, и прочая; ибо отъ того видно, сколько частей всякое число представляетъ. Также можно отъ оныя знать и то, сколько всякой изъ десяти объявленныхъ знаковъ на каждомъ мѣстѣ изъявляетъ; а именно на первомъ мѣстѣ отъ правой рукй къ лѣвой имѣютъ помянутые знаки слѣдующее знаменованіе:

	0 - ничто	5 - пять
	1 - одинъ	6 - шесть
I.	2 - два	7 - семь
	3 - три	8 - восемь
	4 - четыре	9 - девять,

На второмъ мѣстѣ значитъ

	0 - ничто	5 - пятдесятъ
	1 - десять	6 - шездесятъ
II.	2 - дватцать	7 - семдесятъ
	3 - тритцать	8 - восемьдесятъ
	4 - сорокъ	9 - девяносто.

На третьемъ мѣстѣ значитъ

	0 - ничто	5 - пять сотъ
	1 - сто	6 - шесть сотъ
III.	2 - двѣсти	7 - семь сотъ
	3 - три ста	8 - восемь сотъ
	4 - четыре ста	9 - девять сотъ.

На четвертомъ мѣстѣ значитъ

	0 - ничто	5 - пять тысячъ
	1 - тысячу	6 - шесть тысячъ
IV.	2 - двѣ тысячи	7 - семь тысячъ
	3 - три тысячи	8 - восемь тысячъ
	4 - четыре тысячи	9 - девять тысячъ.

На пятомъ мѣстѣ значитъ

	0 - ничто	5 пятьдесятъ тысячъ
	1 - десять тысячъ	6 - шездесятъ тысячъ
V.	2 - дватцать тысячъ	7 - семьдесятъ тысячъ
	3 - тритцать тысячъ	8 - восемьдесятъ тысячъ
	4 - сорокъ тысячъ	9 - девяносто тысячъ.

На шестомъ мѣстѣ значитъ

	0 - ничто	5 - пять сотъ тысячъ
	1 - сто тысячъ	6 - шесть сотъ тысячъ
VI.	2 - двѣсти тысячъ	7 - семь сотъ тысячъ
	3 - три ста тысячъ	8 - восемь сотъ тысячъ
	4 - четыре ста тыс.	9 - девять сотъ тысячъ

На седьмомъ мѣстѣ значитъ

	0 - ничто	5 - пять миліоновъ
	1 - миліонъ	6 - шесть миліоновъ
VII.	2 два миліона	7 - семь миліоновъ
	3 - три миліона	8 - восемь миліоновъ
	4 - четыре миліона	9 - девять миліоновъ.

Отъ сего видно, что знаменованіе знаковъ на седьмомъ мѣстѣ, подобно знаменованію тѣхъ, которые стоятъ на первомъ: По тому что къ стоящимъ на седьмомъ мѣстѣ знакамъ прикладывается только слово, миліонъ. Такимъ же образомъ происходитъ и знаменованіе знаковъ на восьмомъ мѣстѣ находящихся, когда къ второму мѣсту приложится тожъ слово миліонъ. Также дѣлается и девятое мѣсто изъ третьяго, десятое изъ четвертаго, и такъ далѣе до тринатцатаго, и до слѣдующихъ мѣстъ, которыя изъ перваго и изъ послѣдующихъ происходятъ, когда къ нимъ прикладывается слово биліонъ, напослѣдокъ изъявляютъ на девятнатцатомъ мѣстѣ стоящіе знаки триліоны, на дватцать пятомъ квадраліоны, и такъ далѣе; отъ чего и знаменованіе середнихъ мѣстъ познавается. Такимъ образомъ зна-

чить

читъ въ семъ числѣ 7 3 0 2 5 6 8 знакъ
8 на первомъ мѣстѣ - восемь,
6 на второмъ мѣстѣ - шездесятъ,
5 на третьемъ мѣстѣ - пять сотъ,
2 на четвертомъ мѣстѣ - двѣ тысячи,
0 на пятомъ мѣстѣ - ничто,
3 на шестомъ мѣстѣ - три ста тысячъ,
7 на седьмомъ мѣстѣ - семь миліоновъ,
отъ чего знаменованіе всякаго знака въ числѣ такимъ образомъ написанномъ извѣстно становится.

6) Количество многими по ряду послѣдующими знаками изображеннаго числа находится, когда знаменованіе всѣхъ знаковъ вмѣстѣ складывается; а выговаривается всякое число обыкновенно отъ лѣвой руки къ правой, а не инако.

Порядокъ, которымъ числа произносятся; зависитъ также отъ употребленія, какъ и самой способъ писанія оныхъ. Но мы при выговариваніи знаковъ для того больше отъ лѣвой руки къ правой поступаемъ, что такимъ способомъ имя всякаго числа на нашемъ языкѣ точно выговаривается. Послѣдуя сему основанію вышеобъявленное число 7302568 значитъ: семь миліоновъ, три ста тысячъ, и двѣ тысячи, и пять сотъ, и шездесятъ, и восемь; а по свойству нашего языка выговаривается оно такъ: Семь миліоновъ три ста

двѣ тысячи пять сотъ шездесятъ восемь; которой способъ произношенія отъ прежняго только тѣмъ разнствуетъ, что въ ономъ слово тысяча дважды повторяется, а въ семъ упоминается оно только однажды при послѣднемъ знакѣ на тысячномъ мѣстѣ стоящемъ, а надлежитъ также и до переднихъ знаковъ тысячи изъявляющихъ. Отъ сего видно, что сей способъ писанія чиселъ съ обыкновеннымъ произношеніемъ оныхъ во всемъ совершенно сходенъ, по тому что всякое число обыкновенныя слова въ непремѣнномъ порядкѣ намъ представляетъ, что почти всѣмъ языкамъ общее есть, выключая самую малую разность, которая отъ различнаго оныхъ свойства происходитъ.

7) Для надлежащаго произношенія всякаго такимъ образомъ написаннаго числа, изъ сколькихъ бы оно знаковъ ни состояло, надобно только знать, какъ тѣ числа выговариваются, которыя состоятъ токмо изъ трехъ знаковъ. Сіе дѣлается такъ: надлежитъ первой знакъ отъ лѣвой руки назвать свойственнымъ оному именемъ, и приложить къ нему слово сто, по свойству рѣчи; потомъ надобно выговорить слѣдующей середней знакъ по его знаменованію и приложить

ложить къ нему, въ нашемъ рускомъ языкѣ, имя послѣдняго знака, какъ сїе отъ вышеписаннаго числа явно есть.

Когда число состоитъ только изъ двухъ знаковъ, или когда первой знакъ къ лѣвой рукѣ есть о, то выговариваются только два послѣднїе знака, по тому что знакъ о, которой значитъ ничто, никогда не произносится. Также когда сей знакъ о будетъ послѣдней, то выговаривается только средней знакъ тѣмъ именемъ, какое онъ на второмъ мѣстѣ имѣетъ. Такъ 10 значитъ десять, 20 дватцать, 30 тритцать и прочая. Потомъ 11 называется одиннатцать, 12 двенатцать, 13 тринатцать, и такъ до дватцати, причемъ надлежитъ примѣчать, что послѣдней знакъ въ такомъ случаѣ прежде середняго поминается, такъ бутто бы надлежало сказать одинъ и десять, два и десять, три и десять и прочая; а отъ дватцати до ста произносятся всѣ знаки чиселъ такимъ порядкомъ какъ они пишутся, а именно 27 не говорится семь и дватцать, но дватцать семь. Тожъ надлежитъ вѣдать и о прочихъ. Ежели кто примѣтитъ какъ два знака надлежитъ выговаривать, тому нетрудно будетъ произносить и всѣ числа изъ трехъ знаковъ состоящїя. Такимъ образомъ 114 выговаривается сто четырнатцать, 570, пять сотъ семьдесятъ; 324, три ста дватцать четыре,

408 четыреста восемь; 600, шесть сотъ, и такъ далѣе.

8) И такъ ежели кто узнаетъ, какъ надлежитъ оныя числа выговаривать, которыя состоятъ изъ трехъ знаковъ или меньше, тому не трудно будетъ и всѣ числа, какъ бы много знаковъ они въ себѣ ни содержали, произносить надлежащими словами. Сїе здѣлается, когда начиная отъ правой руки отмѣчено будетъ по три знака, такъ чтобъ все число на нѣсколько членовъ раздѣлено было, изъ которыхъ каждой состоитъ изъ трехъ знаковъ. Всякой изъ оныхъ членовъ выговаривается такъ, бутто бы онъ стоялъ особливо, и прикладывается къ нему, кромѣ перваго съ правой рукѝ, особливое слово; напримѣръ къ второму члену отъ правой рукѝ прикладывается слово тысяча, къ третьему милїонъ, къ четвертому тысяча, къ пятому билїонъ, и такъ далѣе, перемѣняя окончанїе словъ по свойству языка. Такимъ образомъ выговаривается одинъ членъ по другому, начиная отъ лѣвой рукѝ къ правой.

Сїе

Сіе раздѣленіе на члены, изъ которыхъ каждой въ себѣ по три знака содержитъ, дѣлается отъ правой руки къ лѣвой, и продолжается до тѣхъ поръ, какъ долго еще нѣкоторые знаки будутъ находиться. Сего ради надлежитъ примѣчать, что послѣдней членъ не всегда изъ трехъ знаковъ состоитъ, но часто имѣетъ только два или одинъ знакъ; но и тѣ выговариваются такъ, бутто бы они одни стояли, съ приложеніемъ надлежащаго слова. А что до сихъ словъ касается, то видно, что отъ правой руки къ лѣвой второй, четвертой, шестой, осьмой, десятой, и прочіе члены въ такомъ порядкѣ, имѣютъ при себѣ слово *тысяча*; а третей членъ имѣетъ слово *миліонъ*, пятой *биліонъ*, седьмой *триліонъ*, девятой *квадраліонъ* и такъ далѣе. Чего ради можно всякое данное число къ произношенію расположить слѣдующимъ образомъ:

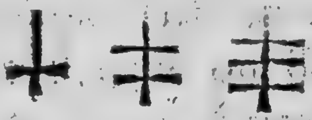
31	415	926	535	897	932	384
триліонъ	тысячъ	биліоновъ	тысячъ	миліоновъ	тысячи	

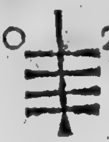
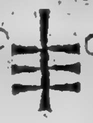
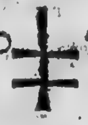
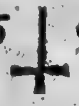
вмѣсто словъ можно также употребить и слѣдующіе знаки:

31 ⸸ 415,926 ‡ 545,897 † 932,384

Запятыя значатъ въ семъ способѣ изображенія

тысячи

тысячи, а знаки  милiоны, билiоны, трилiоны. По симъ правиламъ надлежитъ вышеозначенное число выговорить такъ: тритцать одинъ трилiонъ, четыреста пятнатцать тысячъ девять сотъ дватцать шесть билiоновъ, пять сотъ тритцать пять тысячъ восемь сотъ девяносто семь милiоновъ, девять сотъ тритцать двѣ тысячи три ста восемьдесятъ четыре. Уже выше упомянуто было, что знакъ о не выговаривается; но чтобъ сiе тѣмъ не учинило затрудненiя, которые еще начинаютъ учиться, то сообщаемъ мы слѣдующiй примѣръ:

10  200,300  040,000  500,006  000,007

Сiе число выговаривается такъ: Десять квадрилiоновъ, двѣсти тысячъ триста трилiоновъ, сорокъ тысячъ билiоновъ, пять сотъ тысячъ шесть милiоновъ, девять тысячъ семь. Такимъ образомъ познавается и выговаривается всякое знаками изображенное число. Теперь слѣдуетъ, какъ надлежитъ всякое словами произнесенное число по вышеобъявленному способу писать. Но чтобъ сiе тѣмъ способнѣе предложить можно было, то надобно напередъ изъяснить нѣкоторыя слова.

9.

9. Въ числѣ вышеобъявленнымъ образомъ написанномъ стоятъ на первомъ мѣстѣ отъ правой руки къ лѣвой единицы: по тому что положенной на томъ мѣстѣ знакъ показываетъ, сколько разъ всякая вещь особливо находится. На второмъ мѣстѣ стоятъ десятки: для того что обрѣтающейся на томъ мѣстѣ знакъ изъявляетъ, сколько есть десятковъ такихъ вещей. Стоящїе на третьемъ мѣстѣ знаки изъявляютъ сотни, на четвертомъ мѣстѣ тысячи, на пятомъ десятки тысячъ, на шестомъ сотни тысячъ, а на седьмомъ милїоны. Ежели же милїоны принять за единицы, то находятся на восьмомъ мѣстѣ опять десятки, то есть милїоновъ, на девятомъ сотни, и такъ далѣе по прежнему порятку до самыхъ билїоновъ, которые находятся на тринатцатомъ мѣстѣ. Такимъ же образомъ надлежитъ поступать до трилїоновъ, и далѣе.

Для большаго въ семъ изъясненїя потребна слѣдующая таблица, которая показываетъ, какое каждой знакъ на всякомъ мѣстѣ имѣетъ знаменованїе.

Мѣста

Мѣста.	Знаменованія.	
1 - - -	Единицы	Единицъ.
2 - - -	Десятки	
3 - - -	Сотни	
4 - - -	Тысячи	
5 - - -	Десятки тысячъ	
6 - - -	Сотни тысячъ	
7 - - -	Единицы	Миліоновъ.
8 - - -	Десятки	
9 - - -	Сотни	
10 - - -	Тысячи	
11 - - -	Десятки тысячъ	
12 - - -	Сотни тысячъ	
13 - - -	Единицы	биліоновъ.
14 - - -	Десятки	
15 - - -	Сотни	
16 - - -	Тысячи	
17 - - -	Десятки тысячъ	
18 - - -	Сотни тысячъ	
19 - - -	Единицы	Триліоновъ.
20 - - -	Десятки	
21 - - -	Сотни	
22 - - -	Тысячи	
23 - - -	Десятки тысячъ	
24 - - -	Сотни тысячъ	
	и такъ далѣе.	

Присемъ надлежитъ примѣчать, что одинъ десятокъ содержитъ въ себѣ десять единицъ, одна сотня десять десятковъ, одна тысяча десять

десять сотень, одинъ десятокъ тысячь десять тысячь, и такъ далѣе.

И такъ ежели кто о сихъ словахъ получитъ ясное понятіе, тотъ можетъ тотчасъ увидѣть, сколько всякое число въ себѣ помянутыхъ единицъ, десятковъ, сотенъ, и проч. содержитъ. Такъ напримѣръ сіе число 5738264 содержитъ 5 миліоновъ, 7 сотенъ тысячь, 3 десятка тысячь, 8 тысячь, 2 сотни, 6 десятковъ, и 4 простыя единицы. Но чтобъ сіе ясняе истолковать, то положимъ, что нѣкоторой человѣкъ столько имѣетъ рублей, сколько сіе число 5738264 показываетъ. Количество сего имѣнія очень ясно познается, ежели мы скажемъ, что сей человѣкъ имѣетъ сперва 5 ящиковъ, изъ которыхъ во всякомъ положено по одному миліону рублей; а потомъ еще 7 ящиковъ, изъ которыхъ во всякомъ лежитъ по сту тысячь рублей; потомъ 3 ящика, каждой съ десятью тысячами рублями; потомъ 8 мѣшковъ, а во всякомъ по тысячѣ рублей; потомъ 2 мѣшка а во всякомъ по сту рублей; потомъ 6 мѣшковъ, а во всякомъ по десяти рублей, да сверьхъ того еще 4 рубли. Отъ сего объявленія будетъ имѣть всякъ ясное понятіе о семъ богатствѣ; а ежели прямо разсудить, то и всѣ великое число представляютъ себѣ такимъ образомъ. Понеже что мы прежде назвали единицами, то въ семъ примѣрѣ значитъ просто рубли. Одинъ десятокъ изъявляетъ

здѣсь

здѣсь мѣшокъ съ десятью рублями. Сотня значитъ такой мѣшокъ, въ которомъ лежатъ сто рублей, и такъ далѣе.

10) Для изображенія надлежащими знаками даннаго числа должно сперва разсуждать, сколько оно въ себѣ содержитъ по вышеобъявленной таблицѣ единицъ, десятковъ, сотенъ и такъ далѣе. Потомъ, когда сіе учинится, надобно единицы, десятки, сотни, и проч. ставить на тѣ мѣста, которыя въ помянутой таблицѣ означены. А ежели, когда уже все сіе здѣлается, нѣкоторыя мѣста еще пусты останутся, то надлежитъ оныя наполнять знакомъ цыфры 0. Чего ради потребно къ сему и то, чтобъ мѣста, ежели извѣстно сколько оныхъ быть надлежитъ, означать точками.

И такъ ежелибы симъ способомъ надлежало написать двѣ ти шесть тысячъ семь сотъ пятьдесятъ: то надобно смотрѣть того чтобъ сперва были 2 сотни тысячъ, которыя надлежатъ до шестаго мѣста; потомъ есть еще 6 тысячъ надлежащія до четвертаго мѣста, послѣ 7 сотенъ надлежащія до третьяго мѣста, а напослѣдокъ 5 десятковъ

ковъ, которые должны стоять на второмъ мѣстѣ; причемъ пятое и первое мѣсто остаются пусты. Чего ради сїе число нашими знаками изображается слѣдующимъ образомъ: 206750. А кто къ произношенїю чиселъ по вышеобъявленному ученїю нѣсколько прїобыкнетъ, тому нетрудно будетъ и такое число написать, которое другїе выговариваютъ. Ежели же случится въ томъ и погрѣшить, то онъ свое погрѣшенїе тотчасъ усмотритъ, когда написанное число захочетъ самъ выговорить. Но для большїя осторожности можно о семъ дать еще нѣкоторыя правила. Когда какое число обыкновеннымъ образомъ выговаривается, и прежде поминаются числа большаго знаменованїя, а потомъ по порятку и меньшїя, то можно тотчасъ отъ лѣвой руки къ правой всѣ знаки оныя числа изображающїя писать, ежели кто примѣтитъ, что изъ всѣхъ за наибольшимъ слѣдующихъ званїй по нѣскольку находится. А буде случится, что нѣкоторыя званїя чиселъ въ произношенїи пропустятся, то надобно на ихъ мѣста тотчасъ поставить цыфры 0. Вся сила состоитъ въ томъ, чтобъ знать тѣ числа прямо писать, которыя меньше тысячи, и чтобъ оныя ставить на ихъ надлежащїя три мѣста: понеже какъ тысячи, такъ милїоны, билїоны и проч. считаются такими числами. Потомъ надлежитъ примѣчать, что милїоны, билїоны,

 при-

триліоны и проч. занимаютъ по шести мѣстъ, и что всякое изъ сихъ званій можно написать особливо; причемъ только то памятовать надобно, что послѣ миліоновъ къ правой рукѣ остается еще шесть мѣстъ, послѣ биліоновъ двенатцать, и такъ далѣе. Напослѣдокъ надлежитъ и то примѣчать, что всякаго званія чиселъ, какъ единицъ, такъ десятковъ, сотенъ, и пр. вдругъ больше девяти писать не можно: по тому что 10 единицъ дѣлаютъ одинъ десятокъ, десять десятковъ одну сотню; и слѣдователно десять единицъ надлежатъ не до единицъ, но до одного десятка, а десять десятковъ надлежатъ до одной сотни, и такъ далѣе. Чего ради не надобно тому мѣшаться, ежели бы кому велѣли написать одиннатцать тысячъ и еще одиннатцать сотенъ и одиннатцать, но онъ долженъ знать, что одиннатцать сотенъ дѣлаютъ одну тысячу и одну сотню, и что по тому предложенное ему число состоитъ въ двенатцати тысячахъ въ одномъ стѣ и въ одиннатцати, которое пишется такъ: 12111.

11) То, что здѣсь изъяснено, а именно какъ знаками изображенное число надлежитъ выговаривать, и какъ всякое число знаками изображать, называется счисленіе, и почитается обыкновенно за первое ариѳметическое дѣйствіе.

Сїе зависитъ отъ произволенїя, какїе знаки къ изображенїю чиселъ употреблять надобно; но всякой способъ изображенїя чиселъ требуетъ къ ариѳметическимъ дѣйствїямъ особливыхъ правилъ, которыя надлежитъ производить отъ свойства оныхъ чиселъ, которыя употребляются. Но мы выше сего уже довольно доказали, что обыкновенные десять знаковъ съ тѣми словами имѣютъ наибольшее сходство, которыми числа изъявляются; и такимъ способомъ знаками изображенное число можно весьма лехко выговорить, и выговоренное письмомъ изобразить. И понеже ариѳметическїя дѣйствїя такимъ образомъ могутъ весьма способно расположены быть: то прежде приступленїя къ самымъ онымъ дѣйствїямъ необходимо надлежало сей способъ изображенїя пространно изъяснить, дабы отъ того потребныя къ ариѳметическимъ дѣйствїямъ правила произведены быть могли. Сїе прїуготовленїе къ ариѳметическимъ дѣйствїямъ называется *счисленїе* или *назнаменанїе*, которое учитъ, какъ всякое число написать, и какъ изображенное письмомъ число надлежитъ выговорить. Но счисленїя между ариѳметическими дѣйствїями полагать не можно, потому что мы черезъ ариѳметическое дѣйствїе разумѣемъ особливой способъ, какъ изъ двухъ или многихъ данныхъ чиселъ производить новое. И такъ изъяснивъ счисленїе, и положивъ чрезъ то основанїе къ ариѳме-

тическимъ дѣйствіямъ, по которому оныя истолкованы быть могутъ, приступаемъ мы теперь и къ самымъ онымъ дѣйствіямъ; но для полученія большей способности въ счисленіи сообщимъ прежде нѣкоторые примѣры.

Примѣры счисленія.

1. Найдено, что окружность земли содержитъ столько нѣмецкихъ миль, сколько изъявляетъ число 5400: вопрошается какъ велико есть сіе число?

   Отвѣчай: пять тысячъ четыре ста нѣмецкихъ миль.

2. Библіандеръ счисляя иждивеніе, которое Соломонъ употребилъ на строеніе Іерусалимскаго храма, положилъ оное въ 13695380050 коронатовъ: вопрошается, какъ велико есть сіе число?

   Отвѣчай, тринатцать тысячъ шесть сотъ девяносто пять миліоновъ, три ста восемьдесятъ тысячъ и пятьдесятъ коронатовъ.

3. Цесарь Августъ употреблялъ на защищеніе границъ Римскаго государства ежегодно по 1200000 коронатовъ: вопрошается какъ надлежитъ сіе число выговорить?

   Отвѣчай: одинъ миліонъ двѣсти тысячъ коронатовъ.

4. То сокровище, съ которымъ по историческому объявленію Ассирійскій Царь Сарданапалъ велѣлъ себя сожечь, полагается въ 14500000000 золотыхъ гулденовъ: во-

вопрошается, какъ велико сїе сокровище было?

Отвѣчай: сто сорокъ пять тысячъ милїоновъ золотыхъ гулденовъ.

5. Архимедъ доказываетъ, что не только всѣ зерна песку всея земли счесть можно; но что и такое число можетъ назначено быть, которое пребосходитъ количество зеренъ того песку, которой бы потребенъ былъ къ тому, чтобъ онымъ наполнить все пространство свѣта до самыхъ далечайшихъ неподвижныхъ звѣздъ. Клавїусъ полагаетъ сїе число обыкновенными у насъ знаками быть слѣдующее: 1000000000000000000000000000000000000000000000000000, а именно единицу съ пятьдесятъ одною цыфрою: вопрошается какъ надлежитъ сїе число выговорить?

Отвѣчай: тысяча октилїоновъ, для того что послѣдния сорокъ восемь цыфръ даютъ октилїоны, а передъ ними стоитъ еще 1000, то есть тысяча.

6. Напослѣдокъ можетъ вмѣсто примѣра служить, и сїе число 1234567890098765432 1, въ которомъ всѣ разныя перемѣны находятся. Какъ же надлежитъ сїе число выговорить?

Отвѣчай: двенатцать трилїоновъ, три ста сорокъ пять тысячъ, шесть сотъ семьдесятъ восемь билїоновъ, девять сотъ тысячъ, девять сотъ восемьдесятъ семь милїоновъ, шесть сотъ пятьдесятъ четыре тысячи, три ста дватцать одинъ.

ГЛАВА II.

О СЛОЖЕНІИ,

Которое есть первое ариѳметическое дѣйствіе.

I.

Въ сложеніи показываются такія правила, помощію которыхъ можно найти нѣкоторое число, двумъ или многимъ даннымъ числамъ равное. Сіе по онымъ правиламъ найденное число называется сумма данныхъ чиселъ.

Въ прежней главѣ доказали мы, что намъ о великихъ числахъ яснаго понятія имѣть не можно, ежели не знаемъ, какъ оныя изъ меньшихъ чиселъ слагаются. Такъ представляя себѣ число 1735 не можемъ мы инаго понятія имѣть, какъ только, что оно слагается изъ тысячи, изъ седьми сотъ, изъ тритцати и изъ пяти; или, что оно есть сумма сихъ чиселъ. А о сихъ частяхъ напередъ полагается, что всякъ имѣетъ о нихъ ясное понятіе; что въ прежней главѣ довольно истолковано. А именно познаніе чиселъ зависитъ отъ того, чтобъ знать изъ сколькихъ единицъ, десятковъ, сотенъ, тысячъ и проч. всякое число состоитъ, по которымъ частямъ расположенъ оный способъ, какъ числа изображать

пись-

письмомъ, и какъ надлежитъ всякое написанное число выговорить. И такъ ежели кто хочетъ о такомъ числѣ, которое произошло изъ сложенія двухъ или многихъ данныхъ чиселъ, получить ясное понятіе: тому надлежитъ разсматривать, изъ сколькихъ единицъ, десятковъ, сотенъ, и пр. оное состоитъ. Ибо когда сіе найдется, то можно будетъ требованное число какъ письмомъ изобразить, такъ и словами выговорить. Сіе дѣйствіе, по которому находится, изъ коликаго числа такихъ частей сумма двухъ или многихъ данныхъ чиселъ состоитъ, называется *сложеніе*. И сего ради получаемъ мы чрезъ сложеніе ясное понятіе о суммѣ двухъ или многихъ чиселъ, и познаваемъ какъ оную надлежащимъ образомъ написать и выговорить. Такъ когда спрашивается сумма сихъ двухъ чиселъ: 247 и 328, то хотя понятіе оныя есть уже довольно ясное, по тому что извѣстно, что она равна онымъ двумъ даннымъ числамъ вмѣстѣ; но для совершеннаго познанія сея суммы требуется, чтобъ вѣдать, изъ сколькихъ она состоитъ единицъ, десятковъ, сотенъ, и пр. чтобъ можно было оную обыкновеннымъ образомъ написать и выговорить. Для учиненія сего подаетъ намъ сложеніе неложныя и лехкія правила, которыхъ употребленіе и справедливость мы основательно и пространно описать имѣемъ.

2) Къ сложенію двухъ или мно-

гихъ чиселъ надлежитъ знать, какъ единицы, десятки, сотни, и пр. порознь складываются. И понеже 10 единицъ сочиняютъ одинъ десятокъ, 10 десятковъ одну сотню, 10 сотенъ одну тысящу, и такъ далѣе: то надобно въ сложенiи, когда больше 9 единицъ, десятковъ, сотенъ, и пр. вдругъ случится, оныя относить къ числамъ большаго званiя, то есть, 10 единицъ къ десяткамъ, 10 десятковъ къ сотнямъ, 10 сотенъ къ тысячамъ, и пр. такъ чтобъ никогда больше 9 единицъ, десятковъ, сотенъ и пр. вдругъ не разсуждать.

Понеже слагаемыя числа состоятъ изъ единицъ, десятковъ, сотенъ и прочая: то и сумма должна столькожъ содержать въ себѣ единицъ, десятковъ, сотенъ и пр. сколько всѣ данныя числа оныхъ имѣютъ; и того ради въ сложенiи надлежитъ единицы, десятки, сотни и пр. порознь складывать. Но понеже мы кромѣ цыфры имѣемъ только девять знаковъ, которыми можно изобразить данное число или единицъ, или десятковъ, или сотенъ и прочая: то сими знаками никогда больше девяти единицъ, или девяти десятковъ, или девяти сотенъ и проч. вдругъ изобразить не льзя. Чего ради когда случится

или

или единицъ, или десятковъ, или сотенъ и пр. больше девяти, то надлежитъ изъ оныхъ составлять столько чиселъ большаго званія, сколько можно, пока меньше 10 изъ всякаго званія чиселъ останется. Сія перемѣна меньшихъ чиселъ въ большія дѣлается способомъ оныя пропорціи, которая есть между всѣми помянутыми званіями чиселъ, по тому что 10 единицъ составляютъ одинъ десятокъ, 10 десятковъ одну сотню, а 10 сотенъ одну тысячу, и такъ далѣе. А понеже наше понятіе о числахъ есть тогда только ясное, когда мы познаваемъ, изъ коликаго числа единицъ, десятковъ, сотенъ и пр. оныя состоятъ: то помянутая перемѣна меньшихъ чиселъ въ большія тотъ часъ познается, какъ скоро сумма разныхъ чиселъ единицъ, или десятковъ, или сотенъ и пр. извѣстна становится. Такъ ежели кто знаетъ, что 8 и 9 вмѣстѣ дѣлаютъ 17, то познаваетъ онъ въ тожъ самое время, что 8 и 9 единицъ вмѣстѣ тожъ дѣлаютъ, что 7 единицъ, и одинъ десятокъ; равнымъ же образомъ 8 и 9 десятковъ такоежъ число составляютъ, какое 7 десятковъ и одна сотня; а 8 и 9 сотенъ такоежъ дѣлаютъ число, какое одна тысяча и 7 сотенъ. Сіе надлежитъ разумѣть и о всѣхъ прочихъ числахъ, какова бы они званія ни были.

3) Для сложенія двухъ или многихъ чиселъ въ одну сумму надлежитъ

знать, какъ можно ко всякому числу прибавить одинъ изъ девяти простыхъ чиселъ, а именно или 1, или 2, или 3, или 4, или 5, или 6, или 7, или 8, или 9, что чрезъ считанiе по перстамъ, а еще способнѣе чрезъ изъученiе потребной къ тому таблицы учинить можно, по которой видно, какое число происходитъ, когда къ данному числу которое ни будь изъ девяти простыхъ чиселъ приложится.

Понеже всѣ числа составляются изъ девяти первыхъ простыхъ чиселъ: то состоитъ лехкость ариѳметическихъ дѣйствiй въ томъ, что и самыми большими числами тѣжъ дѣйствiя учинены быть могутъ, какiя дѣлаются девятью первыми простыми числами. Чего ради требуется и въ сложенiи, чтобъ знать какъ простыя числа складываются; къ чему въ семъ дѣйствiи нnкакiя правила не надобны. Но ежели кто научится одинакiя числа складывать, тотъ въ состоянiи будетъ слагать и всѣ прочiя числа, какъ бы они велики ни были. Сего ради, прежде нежели оныя правила покажутся, требуется, чтобъ всякъ зналъ простыя числа складывать, что и тому весьма нетрудно, кто только считать умѣетъ. Ибо когда отъ даннаго числа кто далѣе считать станетъ, то

то слѣдующее число даннаго есть единицею больше; второе изъ слѣдующихъ чиселъ прежняго даннаго есть больше двумя, третіе тремя, и такъ далѣе. Такимъ способомъ можно считаніемъ по перстамъ ко всякому числу еще одно изъ девяти простыхъ чиселъ прибавить. Однакожъ между тѣмъ потребно и слѣдующую таблицу памятовать, по которой можно найти сумму всѣхъ простыхъ чиселъ, когда оныя по два вдругъ взяты будутъ.

1	да	1	дѣлаютъ	2
1	-	2	- -	3
1	-	3	- -	4
1	-	4	- -	5
1	-	5	- -	6
1	-	6	- -	7
1	-	7	- -	8
1	-	8	- -	9
1	-	9	- -	10
2	-	2	дѣлаютъ	4
2	-	3	- -	5
2	-	4	- -	6
2	-	5	- -	7
2	-	6	- -	8
2	-	7	- -	9
2	-	8	- -	10
2	-	9	- -	11
3	да	3	дѣлаютъ	6
3	-	4	- -	7
3	да	5	дѣлаютъ	8
3	-	6	- -	9
3	-	7	- -	10
3	-	8	- -	11
3	-	9	- -	12
4	да	4	дѣлаютъ	8
4	-	5	- -	9
4	-	6	- -	10
4	-	7	- -	11
4	-	8	- -	12
4	-	9	- -	13
5	да	5	дѣлаютъ	10
5	-	6	- -	11
5	-	7	- -	12
5	-	8	- -	13
5	-	9	- -	14
6	да	6	дѣлаютъ	12
6	-	7	- -	13

6

6	да	8	дѣлаютъ	14	8	да	8	дѣлаютъ	16
6	-	9	- -	15	8	-	9	- -	1
7	да	7	дѣлаютъ	14	9	да	9	дѣлаютъ	1
7	-	8	- -	15					
7	-	9	- -	16					

Ежели кто сію таблицу въ памяти содер житъ, тому можно способомъ оныя ко всякому числу еще одно простое число безъ всяко трудности прибавить. Ежелиже сіе, что чрез прилѣжное употребленіе наилучше получаетс нѣкоторую учинитъ трудность, то она чрезъ самыя правила сложенія можетъ уничто житься: ибо сія таблица къ сложенію двух чиселъ весьма довольна какъ бы оныя велик ни были. Но когда надобно сложить три числ или больше, то надлежитъ также знат и оную сумму, которая происходитъ отъ со вокупленія трехъ чиселъ или больше въ одно А ежели то трудно покажется, то можн сперва сложить два числа, а потомъ къ сумм прибавить еще одно, и такъ далѣе, пока вс данныя числа въ одну сумму приведены будутъ И понеже такимъ образомъ больше двухъ чи селъ вдругъ складывать никогда не случается то можно сообщенною таблицею до того вре мени довольствоваться, и сложеніе многихъ чиселъ вышеписаннымъ способомъ дѣлать, пок получится большая въ семъ способность.

4) Когда надобно два числа́ ил больше складывать, или приводит

въ

въ одну сумму, то оная сумма найдется, когда всѣ единицы сложатся вмѣстѣ, а потомъ всѣ десятки, потомъ всѣ сотни, тысячи, и такъ далѣе. А десятки, сотни; тысячи и пр. можно такимъ же образомъ складывать, какъ и единицы, которыхъ сложенiе мы выше уже истолковали.

Понеже сумма долженствуетъ быть равна всѣмъ даннымъ числамъ совокупно: то должна она состоять изъ столькихъ же единицъ, десятковъ, сотенъ, тысячъ и пр. сколько оныхъ въ себѣ всѣ данныя числа вмѣстѣ содержатъ. Чего ради сумма находится, когда сложатся сперва всѣ единицы данныхъ чиселъ, потомъ десятки, потомъ сотни, тысячи и пр. и напослѣдокъ всѣ въ одну сумму приведутся. И такъ къ сысканiю суммы двухъ чиселъ, или больше, надлежитъ знать, какъ складывать порознь единицы, десятки, сотни, тысячи, и такъ далѣе. Что до единицъ касается, то ихъ сложенiе показано уже въ прежнемъ параграфѣ; ибо когда данныя числа обыкновеннымъ образомъ выговорятся или напишутся, (какъ мы то напередъ полагаемъ) то никогда больше 9 единицъ, десятковъ, сотенъ и пр. вдругъ случиться не могутъ; и того ради для сложенiя единицъ того уже довольно, ежели кто умѣетъ ко всякому числу прибавить еще одно простое число. Прочiя числа, а именно

де-

десятки , сотни , тысячи , и такЪ дал
имѢютЪ такоеже свойство ; и кто умѢе
слагать единицы , тотЪ можетЪ склад
вать и десятки , сотни , и прочія слѢду
щія числа. Ибо какЪ 7 единицЪ и 9 едини
вмѢстѢ дѢлаютЪ шестьнатцать единицЪ, т
7 десятковЪ и 9 десятковЪ вмѢстѢ сочи
ютЪ шестьнатцать десятковЪ ; а 7 каки
ни будь чиселЪ и 9 такихЪ же чиселЪ дѢлаю
шестнатьцать чиселЪ такогожЪ званія. О
чего видно ; что разныя числа одного з
нія , какЪ десятки , сотни , тысячи , и т
далѢе , также способно и такимЪ же образо
складываются , какЪ единицы. Для лучш
вЪ семЪ изъясненія положимЪ мы , что н
лежитЪ сложить числа 5326 и 4937 , ко
рыхЪ надобно сыскать сумму. По вышео
явленнымЪ правиламЪ должна оная сумма
держать сперва 6 и 7 , то есть по сообщ
ной таблицѢ 13 единицЪ ; потомЪ 2 и 3,
есть пять десятковЪ ; потомЪ 3 и 9, то е
12 сотенЪ ; а напослѢдокЪ 5 и 4 , то есть
тысячЪ. Чего ради можно праведно сказат
что сумма данныхЪ оныхЪ чиселЪ состо
вЪ 9 тысячахЪ , вЪ 12 сотняхЪ , вЪ 5 десяткахЪ
вЪ 13 единицахЪ. Но притомЪ есть сія тру
ность, что сего числа , или суммы , такЪ ка
она здѢсь показана , написать не можно , д
того что вЪ ней находится больше соте
нежели 9 , также и единицЪ больше не
ли 9 , что свойству изображенія чиселЪ п

тивн

тивно. И такъ ежели въ сложенiи больше 9 единицъ или десятковъ, или сотенъ случится, то надлежитъ оную трудность въ изображенiи суммы письмомъ отвращать; что въ слѣдующемъ показано будетъ.

5) Ежели въ сложенiи единицъ, десятковъ, сотенъ и прочихъ чиселъ случится, что больше 9 изъ каждаго званiя соберутся вмѣстѣ: тогда надлежитъ изъ того столько слѣдующаго званiя чиселъ собирать, пока меньше десяти чиселъ того званiя останется; а слѣдующаго званiя числа надобно прикладывать къ суммѣ того званiя. Такимъ образомъ здѣлается, что ни единицъ, ни десятковъ, ни сотенъ и пр. больше 9 вдругъ не случится; чего ради искомую сумму можно будетъ тогда способно и написать.

Понеже десять единицъ дѣлаютъ одинъ десятокъ, десять десятковъ одну сотню, а десять сотенъ одну тысячу, и такъ далѣе: то можно, когда въ сложенiи случится вдругъ больше 9 единицъ, изъ оныхъ способно здѣлать одинъ, или два, или больше десятковъ, которые при сложенiи десятковъ къ онымъ причислены быть долженствуютъ. Такоеже свойство имѣютъ и десятки, изъ которыхъ, ежели

ежели ихъ вдругъ больше 9 случится, дѣлается одна, двѣ, или больше сотенъ. Также поступаютъ и съ прочими числами, когда оныя складываются, а именно съ сотнями, съ тысячами и пр. и чрезъ то получается, что всякаго званія чиселъ вдругъ никогда больше 9 не бываетъ. Когда сіе учинится, то по тому, что въ прежней главѣ о способѣ писанія чиселъ истолковано, нетрудно будетъ сысканную сумму и написать. Но чтобъ способнѣе можно было видѣть, сколько нѣкоторое число единицъ содержитъ въ себѣ десятковъ, или сколько въ нѣкоторомъ числѣ десятковъ находится сотенъ, и такъ далѣе, то надобно найденную сумму единицъ, или десятковъ, или сотенъ и пр. надлежащимъ образомъ написать, и притомъ примѣчать, изъ одного ли она знака состоитъ или больше. Ибо когда сумма одного званія чиселъ состоитъ изъ одного только знака, тогда она изъ слѣдующаго званія чиселъ ничего въ себѣ не содержитъ, но имѣетъ имя единицъ, или десятковъ, и пр. изъ которыхъ она найдена; ежели же такимъ образомъ написанная сумма состоитъ изъ двухъ знаковъ, то показываетъ отъ лѣвой руки находящейся знакъ, сколько частей изъ слѣдующаго званія чиселъ въ сей суммѣ содержится, которыя слѣдовательно надлежитъ приложить къ числамъ онаго званія. Все сіе учинится яснѣе отъ слѣдующаго примѣра.

По-

Положимъ, что требуется сумма сихъ трехъ чиселъ: 2304, 5629 и 7230. Для сысканія оныя надлежитъ единицы сихъ трехъ чиселъ сложить вмѣстѣ, которыя дѣлаютъ тринатцать, или 13 единицъ. Отъ сего познавается, что сія сумма содержитъ 1 десятокъ и 3 единицы; чего ради находятся въ ней только 3 единицы, а 1 десятокъ прикладывается къ десяткамъ. Десятки сихъ трехъ чиселъ составляютъ 5 десятковъ, къ которымъ ежели приложится и прежней изъ единицъ происшедшей 1 десятокъ, то будетъ всѣхъ десятковъ 6; чего ради оные десятки не содержатъ въ себѣ ни одной сотни. Потомъ надобно складывать 3 и 6 и 2 сотни, то найдется 11 сотенъ; чего ради сія сумма состоитъ въ 1 сотнѣ и въ 1 тысячѣ, которую надлежитъ причислить къ тысячамъ. Сія изъ сотенъ происшедшая тысяча, и еще 2 и 5 и 7 тысячъ дѣлаютъ вмѣстѣ 15 тысячъ, то есть 5 тысячъ и 1 десятокъ тысячъ. Чего ради все сіе совокупно, или сумма трехъ оныхъ данныхъ чиселъ содержитъ въ себѣ одинъ десятокъ тысячъ, и 5 тысячъ, и 1 сотню, и 6 десятковъ и 3 единицы; которыя изображенныя письмомъ составляютъ 15163, или пятнатцать тысячъ сто шездесятъ три. А ежели въ складываніи одного званія чиселъ произойдетъ сто или больше, то содержитъ въ такомъ случаѣ сумма десять или больше частей слѣдующаго

 званія

званія чиселъ, и слѣдовательно одну часть того званія чиселъ, которыя отъ чиселъ слагаемыхъ долженствуютъ находиться на второмъ мѣстѣ къ лѣвой рукѣ. Такъ ежели бы сумма десятковъ найдена была 125, то надлежало бы 2 причислить къ сотнямъ, и 1 къ тысячамъ. Сіе есть подлинное основаніе сложенія, отъ котораго довольно видно, что такимъ образомъ найденное число конечно долженствуетъ быть сумма данныхъ чиселъ: для того что оно столькожъ содержитъ въ себѣ единицъ, десятковъ, сотенъ и пр. сколько оныхъ всѣ данныя числа вмѣстѣ имѣютъ. Но для скорѣйшаго учиненія сего дѣйствія надлежитъ показать еще нѣкоторые способы, которые въ сложеніи великое облехченіе дѣлаютъ.

6) Когда надобно складывать два числа или больше въ одну сумму, то надлежитъ оныя писать одно подъ однимъ, такъ чтобъ всѣ единицы стояли подъ единицами, десятки подъ десятками, сотни подъ сотнями, и такъ далѣе; а подъ ними внизу провести черту, подъ которою искомая сумма поставлена быть имѣетъ. Потомъ начинается сложеніе отъ правой руки, и сперва складываются единицы; а ихъ сумма, ежели она будетъ меньше 10,

поста-

поставляется подъ помянутою чэр-
тою противъ единицъ; ежели же та
сумма будетъ больше 9, и слѣдова-
тельно одинъ или нѣсколько десят-
ковъ, и притомъ еще нѣсколько еди-
ницъ въ себѣ содержать имѣетъ, то
подписывается подъ чертою только
число единицъ, а десятки приклады-
ваются къ десяткамъ, при сложеніи
оныхъ. Такимъ же образомъ складыва-
ются сотни, тысячи и такъ далѣе.
Когда все сіе окончится, то произве-
денное такимъ способомъ подъ чертою
число составляетъ искомую сумму
всѣхъ данныхъ чиселъ.

Тѣ числа, которыя надлежитъ складывать,
ставятся для того одно подъ однимъ, чтобъ
стоящія отъ верьха къ низу въ одномъ ряду
числа были одного званія, то есть либо еди-
ницы, либо десятки, либо сотни, и такъ
далѣе; и такимъ бы образомъ были видняе, и
могли бы способнѣе сложены быть. А что сло-
женіе начинается отъ правой руки, то есть
отъ чиселъ меньшаго званія, и продолжается къ
лѣвой, то есть къ числамъ большаго званія,
сіе дѣлается для того, что при сложеніи мень-
шаго званія чиселъ могутъ изъ нихъ про-
исходить числа большаго званія, которыя
надлежитъ потомъ къ числамъ большаго

званія прикладывать; и для того должно сл
женіе меньшаго званія чиселъ дѣлать напере
Впрочемъ можно все дѣйствіе способнѣе
ясняе показать примѣрами. И такъ еже
слѣдующія числа 53237, 8729, и 10237 н
добно сложить: то должно оныя сперва н
писать одно подъ однимъ такимъ образомъ

53237
8729
1.0.2.3.7
―――――
72203

въ которыхъ первой рядъ отъ верьха къ ни
значитъ единицы, другой десятки, трет
сотни, четвертый тысячи, а пятый десят
тысячъ. Потомъ складываются сперва единиц
причемъ надлежитъ сказать: 7 и 9 дѣлаю
16, да еще 7, дѣлаютъ 23 единицы, т
есть 2 десятка, которые надлежитъ пр
числить къ слѣдующему ряду, и для то
при ономъ поставить для памяти двѣ точк
а три единицы подписываются подъ черт
на первомъ мѣстѣ отъ правой руки, то ес
на мѣстѣ единицъ. Второе, надлежитъ пр
ступить къ десяткамъ и сказать: 3 да 2 д
сятка дѣлаютъ 5, да еще 3, дѣлаютъ 8,
еще 2, которые двумя точками замѣчены
дѣлаютъ 10 десятковъ, то есть 1 толь
сотню, а ни одного десятка; и понеже
одного десятка нѣтъ, то поставляется по
чертою на другое мѣсто 0, а 1 сотня озн
чиваетъ

иваетс я у ряда сотеннаго одною точкою. ретіе, надлежитъ сказать: 2 да 7 дѣлаютъ , да еще 2 дѣлаютъ 11, да еще 1, для поставленной при семъ рядѣ точки, дѣлаютъ его 12 сотенъ, то есть, 1 тысячу, котоя при слѣдующемъ рядѣ точкою замѣчается, а 2 сотни, которыя пишутся подъ чертою на третьемъ мѣстѣ. Четвертое: 3 тысячи, и 8 тысячъ, да еще 1 тысяча, дѣлаютъ вмѣстѣ 12 тысячъ, то есть 1 десятокъ ысячъ, которой одною точкою при слѣдующемъ рядѣ означивается, да 2 тысячи, которыя пишутся подъ чертою на четвертомъ ѣстѣ. Напослѣдокъ находится въ семъ примѣрѣ еще 5 десятковъ, да 1, да еще 1 десятокъ тысячъ, то есть 7 десятковъ тысячъ, торые подъ чертою пишутся на пятомъ мѣтѣ. Симъ оканчивается все сложеніе; чего ди сумма данныхъ чиселъ есть: семдесятъ ѣ тысячи двѣсти три. Отъ того, какъ въ оженіи сего примѣра поступлено, можно только всю силу сложенія выразумѣть, но основаніе обыкновенныхъ правилъ познать, торыя въ краткихъ словахъ слѣдующимъ разомъ заключаются.

935078
846181
757293
2.3:5.6:0.4
2774156

я сложенія сихъ четырехъ перечней въ одну

сумму

сумму, ставятъ ихъ одинъ подъ однимъ и говорятъ: 8 да 1 дѣлаютъ 9, да 3 дѣлают 12, да 4 дѣлаютъ 16, и того ради пишут 6 подъ чертою, а 1 удерживается въ умѣ для приложенія къ слѣдующему ряду чисел Потомъ 7 и 8 дѣлаютъ 15, да 9 дѣлают 24, да 1 удержанной въ умѣ дѣлаютъ 25 и для того 5 пишутъ подъ чертою, а удерживаютъ опять въ умѣ. Послѣ сего в третьемъ ряду, 1 да 2 дѣлаютъ 3, да дѣлаютъ 9, да 2 удержанные въ умѣ дѣла ютъ 11; и того ради подъ чертою пишут 1, а 1 удерживаютъ въ умѣ. Въ четвертом ряду 5 да 6 дѣлаютъ 11, да 7 дѣлаютъ 1 да 5 дѣлаютъ 23, да 1 дѣлаютъ 24; и дл того пишутъ 4 подъ чертою, а два удержи ваютъ въ умѣ. Въ пятомъ ряду 3 да 4 дѣл ютъ 7, да 5 дѣлаютъ 12, да 3 дѣлаютъ 15 да 2 удержанные въ умѣ дѣлаютъ 17; чег ради 7 пишутъ подъ чертою, а 1 опят удерживаютъ въ умѣ. Напослѣдокъ въ ше стомъ ряду 9 да 8 дѣлаютъ 17, да 7 дѣла ютъ 24, да 2 вмѣстѣ съ 1 удержаннымъ в умѣ дѣлаютъ 27, которые оба знака, т есть 7 а потомъ 2, пишутъ подъ чертою для того что уже ни одного ряда больше н осталось, къ которому бы оныя 2 причислит можно было. И такъ данныхъ четырехъ пе речней сумма есть 277415б. Сей способ можно также употребить и въ слѣдующих примѣрахъ.

987654321	123456789
98765432	234567891
9876543	345678912
987654	456789123
98765	567891234
9876	678912345
987	789123456
98	891234567
9	912345678
1097393685	4999999995

Въ сихъ примѣрахъ мы того точками не замѣчали, что къ слѣдующимъ рядамъ надлежитъ при сложенїи прикладывать: для того что надобно привыкать оныя точки содержать въ памяти. Слѣдующїе примѣры положены того ради, чтобъ можно было видѣть; какїя задачи чрезъ сложенїе рѣшены быть могутъ.

Примѣры сложенїя.

I. При раззорéнїи гóрода Трои побито по историческому объявленїю съ Греческой стороны̀ 880000 человѣкъ, а съ Троянской 686000: вопрошается, сколько всѣхъ въ то время убитыхъ людей счислялось?

Отвѣчай, что число всѣхъ притомъ побитыхъ людей находится чрезъ сложенїе, ежели какъ съ Греческой такъ и съ Троянской стороны̀ побитые люди въ одну сумму приведены будутъ слѣдующимъ образомъ:

880000
686000

Сумма: 1566000 или число всѣхъ во время раззоренія Трои побитыхъ людей.

II. Четыре человѣка должны мнѣ нѣкоторое число денегъ, а именно первой 6952 рубли, другой 8346 рублей, третій 6259 рублей, четвертой 5490 рублей: желаю вѣдать, сколько мнѣ со всѣхъ оныхъ четырехъ человѣкъ взять надлежитъ?

Отвѣчается: столько, сколько учинятъ всѣ оныя числа, когда въ одну сумму сложены будутъ. Сія требуемая сумма находится чрезъ сложеніе слѣдующимъ образомъ:

6952
8346
6259
5490

Сумма: 27047 рублей; столько надлежитъ мнѣ взять со всѣхъ оныхъ моихъ должниковъ,

III. Священное писаніе свидѣтельствуетъ, что Маѳусаилъ въ то время, какъ онъ родилъ Ламеха, имѣлъ отъ рожденія 187 лѣтъ; а потомъ жилъ еще 782 года; вопрошается сколько было всѣхъ лѣтъ его жизни?

Отвѣчай, что Маѳусаилъ жилъ такъ

долго,

долго, сколько лѣтъ оба объявленныя числа въ себѣ содержатъ; что находится такъ:

187
782

Сумма: 969 лѣтъ, то есть весь вѣкъ Маѳусаиловъ.

IV. А. Геллій упоминаетъ, что стихотворецъ Гомеръ жилъ за 160 лѣтъ прежде созданія города Рима; Римъ построенъ до рождества Христова за 752 года; а отъ рождества Христова до сего времени прошло 1739 лѣтъ: Вопрошается, за сколько лѣтъ предъ симъ жилъ стихотворецъ Гомеръ?

Отвѣчай: отъ Гомеровыхъ лѣтъ до сего времени прошло 160 лѣтъ, да 752 года, да еще 1739 лѣтъ, которыя три числа вмѣстѣ сложенныя производятъ требуемое число лѣтъ; что дѣлается слѣдующимъ образомъ:

160
752
1739

Сумма: 2651 годъ; за столько то лѣтъ передъ симъ жилъ стихотворецъ Гомеръ.

ГЛАВА III.

О ВЫЧИТАНІИ,

которое есть второе ариѳметическое дѣйствіе.

I.

Въ вычитаніи предлагаются такія правила, чрезъ которыя можно изъ одного даннаго числа вычесть другое число, и притомъ показать, какое число послѣ онаго вычета остается. Сіе число, которое при вычитаніи одного даннаго числа изъ другаго остается, называется остатокъ.

Какъ въ сложеніи показываются оные способы, по которымъ къ одному данному числу прикладывается другое или нѣсколько другихъ данныхъ чиселъ: такъ въ вычитаніи предлагаются тѣ правила, помощію которыхъ изъ одного даннаго числа вычитается другое данное число. И такъ чрезъ сложеніе нѣкоторое данное число увеличивается, для того что къ нему одно или многія другія числа прикладываются; а чрезъ вычитаніе данное число уменьшается, для того что изъ него другое число вычитается. Отъ сего слѣдуетъ, что сложеніе вычитанію есть весьма противное дѣйствіе: потому что число чрезъ оное увеличивается,

а

а чрезъ сїе умаляется. Но понеже всѣ перемѣны чиселъ состоятъ либо въ увеличиванїи либо въ уменьшенїи: то можно помянутыя дѣйствїя, то есть сложенїе и вычитанїе, почитать за два главнѣйшїя дѣйствїя, которыя въ числахъ употребляются; и въ слѣдующемъ показано будетъ, что отъ сихъ и прочїя дѣйствїя начало и основанїе свое имѣютъ. Что до самаго *вычитанїя* касается, то чрезъ оное сыскивается такое число, которое отъ вычитанїя одного даннаго числа изъ другаго остается. Но понеже къ ясному познанїю всякаго числа необходимо вѣдать надлежитъ, какъ оно изъ единицъ, десятковъ, сотенъ, и прочаго званїя чиселъ составляется: то надобно для вычитанїя показать такїя правила, помощїю которыхъ искомое число, то есть *остатокъ*, находится въ единицахъ, десяткахъ, сотняхъ, и такъ далѣе, чтобъ можно было оное тотчасъ написать и обыкновеннымъ образомъ выговорить. Для большей въ семъ дѣлѣ способности должны помянутыя правила быть такова состоянїя, чтобъ чрезъ оныя единицы, десятки, сотни и пр. изъ которыхъ остатокъ состоитъ, тотчасъ сысканы быть могли, и чтобъ сей остатокъ, такъ какъ въ сложенїи сумму, и письмомъ изобразить можно было.

2) То число, которое изъ другаго вычитается, долженствуетъ быть

меньше нежели то, изъ котораго вычитаніе дѣлается. Чего ради изъ бо́льшаго числа̀ вычитается ме́ньшее, и находится остатокъ, которой долженъ быть тако́ва состоянія, что ежели онъ съ ме́ньшимъ числомъ сложится, то бы произошло опять бо́льшее число, то есть то, изъ котораго вычитаніе учинено было.

Когда какое число изъ другаго надлежитъ вычитать, то долженствуетъ оно быть конечно меньше, нежели то, изъ котораго вычитаніе дѣлается: по тому что больше вещей взять не льзя, нежели сколько оныхъ есть. Напримѣръ когда въ мѣшкѣ находится нѣсколько рублей, то изъ него больше вынуть не можно, нежели сколько въ немъ есть; а стольkожъ, или меньше, можно способно изъ него вынуть. Чего ради вычитаніе показываетъ, какъ то надлежитъ сыскать, сколько въ помянутомъ мѣшкѣ рублей останется, когда изъ него нѣсколько вынуто будетъ. Отъ сего явно есть, что ежели изъ мѣшка столькожъ возмется, сколько въ него положено, то въ немъ ужѐ ничего не останется; а ежели изъ него вынуто будетъ меньше, то въ немъ еще нѣсколько останется, что называется *остатокъ*. Отъ сего видно также и то, что оставшееся въ мѣшкѣ число денегъ, вмѣстѣ съ тѣмъ, что изъ

изъ него вынуто, столькожъ дѣлаетъ, сколько въ немъ сперва находилось; то есть, что остатокъ вмѣстѣ съ меньшимъ числомъ производитъ большее число. И такъ когда даны два числа, то показываетъ вычитанїе, какъ такое число находить, которое вмѣстѣ съ меньшимъ числомъ дѣлаетъ большее число. Отъ сего познавается еще и то, что ежели найденной остатокъ изъ большаго числа вычтется, то останется меньшее число. Такъ когда изъ большаго числа 9 вычтется меньшее число 5, то будетъ остатокъ 4; а сей остатокъ имѣетъ такое свойство, что когда онъ, то есть 4, вмѣстѣ съ меньшимъ числомъ 5 сложится, то произойдетъ большее число 9. равнымъ же образомъ когда найденной остатокъ 4 вычтется изъ большаго числа 9, то останется 5, которое есть меньшее число. Отъ сего слѣдуетъ также и то, что когда изъ найденной чрезъ сложенїе суммы двухъ чиселъ одно изъ тѣхъ чиселъ вычтется, то останется другое число. Сїе есть основанїе тѣхъ повѣренїй, которыя какъ при сложенїи такъ и при вычитанїи употребляются; что ниже пространнѣе истолковано будетъ.

3) Для вычитанїя одного числа изъ другаго требуется, чтобъ сперва вычитать единицы изъ единицъ, десятки изъ десятковъ, сотни изъ сотенъ, и такъ далѣе. А понеже никогда

когда вдругъ больше 9 изъ одного званія числъ не случается: то надобно вѣдать, ежели того нужда потребуетъ, какъ одну часть большаго званія числъ перемѣнить въ числа меньшаго званія, такъ чтобъ все число въ своемъ знаменованіи отъ того не перемѣнилось.

Мы полагаемъ напередъ, что тѣ числа, изъ которыхъ одно изъ другаго надлежитъ вычитать, даны обыкновеннымъ образомъ въ единицахъ, десяткахъ, сотняхъ и такъ далѣе. Чего ради когда единицы меньшаго числа вычтутся изъ единицъ большаго числа, также и десятки изъ десятковъ, сотни изъ сотенъ, и такъ далѣе: то всякъ можетъ ясно видѣть. что оставшіяся единицы, десятки, сотни и пр. вмѣстѣ должны учинить искомой остатокъ, И такъ для подлиннаго вычитанія надобно знать, какъ надлежитъ вычитать единицы изъ единицъ, десятки изъ десятковъ, сотни изъ сотенъ и прочая; которое вычитаніе, никакой трудности въ себѣ не имѣетъ, для того что никогда больше 9 числъ одного званія вдругъ не случается. Но хотя то число, изъ котораго вычитаніе дѣлается, долженствуетъ быть всегда больше: однакожъ можетъ случиться, что въ большемъ числѣ будетъ меньше частей находиться изъ единицъ, или изъ десятковъ, или изъ другаго званія, нежели въ меньшемъ

числѣ,

числѣ, и того ради единицы меньшаго числа изъ единицъ большаго числа, или десятки изъ десятковъ, и пр. въ такомъ случаѣ вычтены быть не могутъ. Для отвращенія сея трудности надобно въ большемъ числѣ изъ слѣдующаго большаго званія знака одну часть отнять и перенесть къ знаку меньшаго званія, которая часть на ономъ мѣстѣ учинитъ 10 частей меньшаго званія; и такъ прибудетъ къ тому званію еще 10 такихже частей, изъ которыхъ слѣдовательно находящейся въ меньшемъ числѣ знакъ такогожъ званія всегда вычесть можно, по тому что въ ономъ меньшемъ числѣ больше 9 частей одного званія не находится.

4) Сего ради потребно прежде всего знать, какъ надлежитъ вычитать всякое простое число изъ другаго числа, которое его не больше какъ 9 превосходитъ. Хотя сіе само по себѣ и весьма лехко, и можетъ способно одною только памятью учинено быть, однакожъ прилагаемъ мы присемъ и надлежащую до того таблицу.

Когда вычитаніе вышеобъявленнымъ образомъ дѣлается, и единицы изъ единицъ, десятки изъ десятковъ, сотни изъ сотенъ и пр. вычитаются, то число частей всякаго званія въ

въ данномъ большемъ перечнѣ есть числа частей тогожъ званія въ меньшемъ перечнѣ либо меньше, либо нѣтъ. Чего ради въ послѣднемъ случаѣ надлежитъ одно простое число вычитать изъ другаго простаго числа; а въ первомъ случаѣ увеличивается число частей въ большемъ перечнѣ десятью, по тому что переносится отъ знака большаго званія къ знаку меньшаго званія одна часть, которая при знакѣ меньшаго званія дѣлаетъ 10. Когда сіе учинится, то надобно будетъ одно простое число вычитать изъ другаго числа, которое 9ти хотя и больше, однакожъ меньше 20ти. Чего ради потребно только слѣдующую таблицу выучить, по которой видно сколько останется, когда одно простое число вычтено будетъ изъ другаго простаго числа, или изъ такова, которое есть меньше 20ти.

1 изъ	1	въ остаткѣ		0	2 изъ	2	въ остаткѣ		0
1 -	2	-	-	1	2 -	3	-	-	1
1 -	3	-	-	2	2 -	4	-	-	2
1 -	4	-	-	3	2 -	5	-	-	3
1 -	5	-	-	4	2 -	6	-	-	4
1 -	6	-	-	5	2 -	7	-	-	5
1 -	7	-	-	6	2 -	8	-	-	6
1 -	8	-	-	7	2 -	9	-	-	7
1 -	9	-	-	8	2 -	10	-	-	8
1 -	10	-	-	9	2 -	11	-	-	9

3

3	изъ	3	въ остаткѣ	0
3	-	4	- -	1
3	-	5	- -	2
3	-	6	- -	3
3	-	7	- -	4
3	-	8	- -	5
3	-	9	- -	6
3	-	10	- -	7
3	-	11	- -	8
3	-	12	- -	9

4	изъ	4	въ остаткѣ	0
4	-	5	- -	1
4	-	6	- -	2
4	-	7	- -	3
4	-	8	- -	4
4	-	9	- -	5
4	-	10	- -	6
4	-	11	- -	7
4	-	12	- -	8
4	-	13	- -	9

5	изъ	5	въ остаткѣ	0
5	-	6	- -	1
5	-	7	- -	2
5	-	8	- -	3
5	-	9	- -	4
5	-	10	- -	5
5	-	11	- -	6
5	-	12	- -	7
5	-	13	- -	8
5	-	14	- -	9

6	изъ	6	въ остаткѣ	0
6	-	7	- -	1
6	-	8	- -	2
6	-	9	- -	3
6	-	10	- -	4
6	-	11	- -	5
6	-	12	- -	6
6	-	13	- -	7
6	-	14	- -	8
6	-	15	- -	9

7	изъ	7	въ остаткѣ	0
7	-	8	- -	1
7	-	9	- -	2
7	-	10	- -	3
7	-	11	- -	4
7	-	12	- -	5
7	-	13	- -	6
7	-	14	- -	7
7	-	15	- -	8
7	-	16	- -	9

8	изъ	8	въ остаткѣ	0
8	-	9	- -	1
8	-	10	- -	2
8	-	11	- -	3
8	-	12	- -	4
8	-	13	- -	5
8	-	14	- -	6
8	-	15	- -	7
8	-	16	- -	8
8	-	17	- -	9

9	изъ	9	въ остаткѣ	0	10	изъ	10	въ остатк:	0
9	-	10	- -	1	10	-	11	- -	1
9	-	11	- -	2	10	-	12	- -	2
9	-	12	- -	3	10	-	13	- -	3
9	-	13	- -	4	10	-	14	- -	4
9	-	14	- -	5	10	-	15	- -	5
9	-	15	- -	6	10	-	16	- -	6
9	-	16	- -	7	10	-	17	- -	7
9	-	17	- -	8	10	-	18	- -	8
9	-	18	- -	9	10	-	19	- -	9

Въ сей таблицѣ оставлена та часть, когда о, то есть ничто, изъ даннаго числа вычитается, для того что чрезъ то никакое число не умаляется, но пребываетъ непремѣнно; а вмѣсто того приложено то, когда надобно вычитать 10 изъ данныхъ чиселъ. Хотя сїе послѣднее кажется быть и ненужно: однакожъ когда въ слѣдующемъ надобно будетъ оныя трудности отрѣшить, которыя въ вышеистолкованномъ способѣ вычитанїя случатся, то и сїе послѣднее къ тому необходимо потребно.

5) Когда ме́ньшее число изъ бо́льшаго надлежитъ вычитать, и знаки всякаго званїя въ ме́ньшемъ числѣ будутъ меньше знаковъ тогожъ званїя въ бо́льшемъ числѣ: то помощїю вышеобъявленной таблицы вычитаются единицы изъ единицъ, десятки изъ

де-

десятковъ, сотни изъ сотенъ и такъ далѣе, въ которомъ случаѣ все, что при вычитанїи каждаго знака изъ другаго ни остается, вмѣстѣ дѣлаетъ искомой остатокъ.

Основанїе сего изъяснено уже выше: ибо когда всѣ части, одного числа, изъ всѣхъ частей другаго вычтены будутъ, то всѣ остатки вмѣстѣ учинятъ такое число, какое бы осталось тогда, ежелибы одно цѣлое число вычтено было изъ другаго. А когда вычитанїе такимъ образомъ дѣлается, то найденной остатокъ получаетъ такой видъ, какой къ познанїю и къ приношенїю чиселъ принятъ. Напримѣръ когда изъ числа 56897 надобно вычесть 21506; то надлежитъ сперва взять 6 единицъ меньшаго числа, и вычесть ихъ изъ 7 единицъ большаго числа, въ которомъ случаѣ будетъ въ остаткѣ 1 единица; потомъ, понеже въ меньшемъ числѣ нѣтъ ни одного десятка, которой бы изъ 9 десятковъ большаго числа вычесть надлежало, то и въ остаткѣ будетъ находиться 9; послѣ сего вычитаются 5 сотенъ изъ 8 сотенъ, причемъ остаются 3 сотни; потомъ вычитается 1 тысяча изъ 6 тысячъ; причемъ остаются 5 тысячъ; а напослѣдокъ 2 десятка тысячъ вычитаются изъ 5 десятковъ тысячъ, и притомъ остаются 3 десятка тысячъ. Чего ради остатокъ происходящей отъ вычитанїя

21506 изъ 56897 состоитъ въ 3 десяткахъ тысячъ, въ 5 тысячахъ, въ 3 сотняхъ, въ 9 десяткахъ и въ 1 единицѣ; то есть въ 35391. И такъ можно бы было найденные оные остатки написать по порятку отъ правой руки къ лѣвой, которые бы произвели тожъ число 35391. Для большей лехкости пишутся данныя числа, такъ какъ въ сложенїи, одно подъ однимъ, а внизу проводится подъ ними черта, подъ которою остатки всякаго званїя ставятся такимъ порятком, какъ слѣдуетъ

56897
21506
―――――
35391

Причемъ самое вычитанїе дѣлается слѣдующимъ образомъ: 6 изъ 7 остается 1, которой пишется подъ чертою противъ единицъ; потомъ 0 изъ 9 остается 9, которыя пишутся на второмъ мѣстѣ подъ чертою; послѣ такимъ же образомъ вычитаются 5 изъ 8, причемъ въ остаткѣ находятся 3; потомъ 1 изъ 6, въ остаткѣ 5; а напослѣдокъ 2 изъ 5, въ остаткѣ 3. Окончавши такимъ образомъ все вычитанїе, получается подъ чертою весь подлинной остатокъ.

6) Но когда нѣкоторые знаки въ нижнемъ или въ меньшемъ числѣ будутъ больше знаковъ такогожъ званїя въ верьхнемъ или въ большемъ числѣ находящихся; и слѣдовательно вычитанїя

нія вышеписаннымъ образомъ учинить не можно будетъ: тогда надобно отъ знака слѣдующаго бо́льшаго званія взять одну часть и перенесть къ стоящему передъ нимъ знаку ме́ньшаго званія, при которомъ оная часть учинитъ 10, и такъ можно будетъ вычитаніе дѣлать; но при томъ знакѣ, отъ котораго одна часть отнимается, надлежитъ для памяти поставить точку, по тому что оной знакъ одною частью передъ прежнимъ меньше становится.

Какъ дѣлалось въ сложеніи, когда больше 9 частей одного званія случались, то есть что изъ нихъ оставлялись десятки и прикладывались, какъ единицы, къ знаку слѣдующаго званія: также дѣлается, только обратно, и въ вычитаніи, когда какова ни будь званія недовольно частей находится, и нижней знакъ тогожъ званія изъ верьхняго вычтенъ быть не можетъ, а именно занимается тогда отъ знака слѣдующаго званія 1 часть, которая при томъ знакѣ, въ которомъ къ вычитанію недовольно частей находилось, перемѣняется въ 10, и дѣлаетъ оной передъ прежнимъ десятью больше. Ибо когда отъ какова числа напримѣръ отнимается 1 сотня, а напротивъ того приложатся къ другому числу 10 десятковъ, то количество того числа не перемѣнится; чего ради такую пе-

перемѣну къ произведенію вычитанія можно безопасно употреблять. Напримѣръ ежели надлежитъ число 5789 вычесть изъ 7364, и оныя числа одно подъ однимъ поставлены будутъ такимъ образомъ;

7.3.6.4
5789

въ остаткѣ 1575

то надобно сперва 9 единицъ нижняго числа вычитать изъ 4 единицъ верьхняго: но того здѣлать не можно. Сего ради отъ знака слѣдующаго званія въ верьхнемъ числѣ, то есть отъ 6 десятковъ, занимается одинъ десятокъ и прикладывается къ 4 единицамъ, отъ чего на мѣстѣ единицъ становится 14 единицъ, изъ которыхъ 9 единицъ могутъ ужѐ способно вычтены быть, и въ остаткѣ за симъ вычетомъ находятся еще 5 единицъ, которыя слѣдовательно надлежитъ написать подъ чертою противъ единицъ. Присемъ должно примѣчать что въ верьхнемъ числѣ ужѐ не 6 но только 5 десятковъ находятся, для того что одинъ десятокъ отъ онаго отнятъ и перенесенъ къ единицамъ; чего ради сія перемѣна означивается точкою. Потомъ надобно бы было вычесть 8 десятковъ изъ 5 десятковъ, но понеже и то учиниться также не можетъ, то отнимается отъ 3 сотенъ одна, и для того на мѣстѣ сотенъ остаются еще 2 сотни, что поставленною притомъ точкою изъявляется. Сія отнятая сотня дѣлаетъ 10 десятковъ

сятковъ

сятковъ, которые вмѣстѣ съ 5 на томъ мѣстѣ уже находящимися десятками сочиняютъ 15 десятковъ. чего ради изъ оныхъ 15 десятковъ вычитаются находящїеся въ нижнемъ числѣ 8 десятковъ, причемъ остаются еще 7, которые надлежитъ поставить подъ чертою на мѣстѣ десятковъ. Теперь надобно бы было вычесть 7 сотенъ изъ 2 сотенъ, но понеже и того здѣлать не можно, то занимается отъ 7 тысячъ одна, и переносится къ 2 сотнямъ; такъ что на мѣстѣ сотенъ становится 12 сотенъ. Изъ сихъ 12 сотенъ вычитаются 7, а достальное число 5 пишется подъ чертою. Напослѣдокъ вычитаются 5 тысячъ изъ 6 тысячъ, послѣ чего остается одна тысяча, которая ставится подъ чертою; чемъ все вычитанїе кончится, и находится такимъ образомъ искомой остатокъ, которой есть 1575. Мы показали при всякомъ дѣйствїи подлинное онаго основанїе, чего ради сей способъ вычитанїя кажется быть нѣсколько пространенъ; но ежели описано будетъ одно только вычитанїе просто, то учинится оно весьма коротко. Такъ можно въ семъ же примѣрѣ остатокъ найти слѣдующимъ образомъ, а именно говоря: 9 изъ 4 вычесть не можно, того ради вычитаются 9 изъ 14, а въ остаткѣ находится 5, которыя пишутся подъ чертою, а при 6 для памяти ставится точка. Потомъ 8 изъ 5 вычесть не можно, того ради вычитаются 8 изъ 15, причемъ въ остаткѣ находятся 7, а подлѣ 3

 ста-

ставится точка. Послѣ 7 изъ 2 вычесть нельзя, того ради вычитая 7 изъ 12 получаются въ остаткѣ 5, а къ 7 прикладывается точка. Напослѣдокъ 5 изъ 6 даютъ въ остаткѣ 1. Но такимъ образомъ случаются въ вычитанїи часто великїя затрудненїя, а именно когда на тѣхъ мѣстахъ верьхняго числа, отъ которыхъ по одной части отнимать надлежитъ, бываютъ 0, и слѣдовательно ничего не находится. Сего ради покажемъ мы въ слѣдующемъ другой способъ вычитанїя, которой въ себѣ сїю трудность имѣетъ; а дабы оную можно было способнѣе усмотрѣть, то предложимъ тому нѣкоторой примѣръ. Ежели бы случилось изъ 1205 вычесть 827, которыя вышепоказаннымъ способомъ надлежитъ написать одно подъ однимъ;

	12.05
	827
Остатокъ	378

Сперва надобно вычитать 7 единицъ изъ 5, но понеже сїе учиниться не можетъ, то надлежало бы отъ десятковъ верьхняго числа взять одинъ, и приложить къ 5 единицамъ; а понеже въ верьхнемъ числѣ ни одного десятка нѣтъ, то преждеобъявленное правило здѣсь употреблено быть не можетъ. И такъ для учиненїя въ такомъ случаѣ вычитанїя, надобно отъ втораго послѣдующаго званїя чиселъ, то есть отъ сотенъ отнять одну, а когда бы и сотенъ не

не было, то надлежало бы занять одну отъ тысячь. Но въ семъ примѣрѣ имѣемъ мы двѣ сотни, отъ которыхъ ежели отнимается одна, что положенная притомъ точка изъявляетъ, то учинитъ она 10 десятковъ. Получивши такимъ способомъ десятки можно отъ нихъ одинъ ужѐ способно отнять, и приложить къ единицамъ, въ которомъ случаѣ на мѣстѣ десятковъ останется еще 9 десятковъ, которые на второмъ мѣстѣ верьхняго числа вмѣсто 0 разумѣть надлежитъ. Симъ способомъ получается 15 единицъ, изъ которыхъ ежели вычтутся 7, то останутся еще 8 единицъ, которыя должно поставить подъ чертою. На второмъ мѣстѣ (по силѣ сего дѣйствія) надлежитъ 2 десятка вычитать ужѐ не изъ 0, но изъ 9 десятковъ, причемъ останется 7 десятковъ, которые надобно поставить подъ чертою. Потомъ осталось еще вычесть 8 сотенъ изъ 1 сотни, но понеже то учиниться не можетъ, то прикладывается къ той одной сотнѣ, и оставшаяся напослѣдокъ 1 тысяча, отъ чего на мѣстѣ сотенъ получается 11 сотенъ, изъ которыхъ ежели вычтутся 8 сотенъ, то останутся еще 3 сотни, и слѣдовательно весь остатокъ будетъ состоять въ 378. И такъ видно отъ сего примѣра, что прежде показанное правило не весьма довольно, но требуетъ иногда нѣкоторой прибавки, отъ чего въ знакахъ верьхняго числа происходятъ вели-

кія перемѣны, которыя чрезъ слѣдующее правило отмѣняются.

7) Когда нѣкоторые знаки нижняго числа будутъ большаго знаменованія, нежели знаки верьхняго числа: тогда надобно къ такому знаку верьхняго числа въ умѣ приложить еще 10 тогожъ званія, котораго будетъ меньшей оной знакъ, и такъ вычитаніе можно будетъ дѣлать безъ препятствія; а потомъ въ нижнемъ числѣ къ слѣдующему знаку надобно приложить 1, что изъявляется поставленною при томъ знакѣ точкою, и сіе при продолжающемся вычитаніи всегда примѣчать.

Хотя сіе правило происходитъ отъ того, которое положено прежде, однакожъ передъ онымъ имѣетъ оно сіе преимущество, что по сему правилу можно къ слѣдующему знаку въ нижнемъ числѣ всегда 1 прибавить, хотябъ оной знакъ изъявлялъ число или цыфру, а по прежнему правилу надлежитъ въ такомъ случаѣ къ знаку верьхняго числа прибавить 10, а изъ послѣдующаго знака онагожъ числа 1 убавить, что учиниться не можетъ, ежели оной знакъ будетъ цыфра, или о. Основаніе сего правила состоитъ въ слѣдующемъ предложеніи: Когда надлежитъ вычитать одно число изъ другаго, то остатокъ

токъ не перемѣнится, хотя къ онымъ числамъ по 1 и прибавится. Такъ ежели вычтется 5 изъ 8, то будетъ въ остаткѣ 3; и ежели къ обоимъ числамъ, къ 5 и къ 8, прибавится еще по 1 и вычтется 6 изъ 9, то и тогда остатокъ будетъ такойже. Равнымъ же образомъ ежели случится мнѣ вычитать 2 изъ 7, то я не погрѣшу, когда буду вычитать 3 изъ 8: потому что я и въ такомъ случаѣ найду праведной остатокъ, то есть 5. Сего предложенія многими доказательствами утверждать не надобно: истинну онаго можетъ всякъ познать, ежели хотя малое употребитъ на то расуждение. Теперь возмемъ мы одинъ примѣръ, которой по первому правилу здѣланъ былъ, и котораго основание отъ насъ уже доказано, и употребимъ приономъ сие основательное предложение, а именно вычтемъ 38 изъ 82, которыя числа надлежитъ расположить слѣдующимъ образомъ:

	82
	38
Въ остаткѣ	44

А именно надобно сказать: 8 единицъ изъ 2 единицъ вычесть не можно, того ради отнимаю я отъ 8 десятковъ одинъ, которой дѣлаетъ 10 единицъ, и приложивъ оной къ двумъ единицамъ получаю 12 единицъ, изъ которыхъ 8 единицъ уже способно вычтены быть могутъ, причемъ въ остаткѣ находятся 4,

кото-

которыя ставлю подЪ чертою. ПотомЪ надлежитЪ мнѢ 3 десятка вычесть только изЪ 7, для того что отЪ 8 одинЪ десятокЪ ужѐ отнятЪ и приложенЪ кЪ единицамЪ. Но ежели по силѢ сообщеннаго здѢсь основанія кЪ обоимЪ симЪ числамЪ, кЪ 3 и кЪ 7, прибавлю я по одному, то будетЪ у меня вЪ верьхнемЪ числѢ опять 8, которой знакЪ тамЪ и подлинно находится, а вЪ нижнемЪ вмѢсто 3, 4, которыя ежели изЪ 8 вычтены будутЪ, то останется 4, такЪ слово вЪ слово, бутто бы я по перьвому правилу вычиталЪ 3 изЪ 7. ОтЪ сюда слѢдуетЪ, что когда кЪ одному изЪ верьхнихЪ чиселЪ прибавится 10, то можно вмѢсто того, чтобЪ отЪ слѢдующаго знака вЪ верьхнемЪ числѢ отнять 1, кЪ слѢдующему знаку нижняго числа̀ 1 прибавить, что изЪявляется положенною притомЪ точкою. Для лучшаго показанія сходства сего пра̀вила сЪ прежнимЪ, возмемЪ мы оба оные примѢра, которые подЪ первымЪ пра̀виломЪ положены, и здѢлаемЪ здѢсь вычитаніе по силѢ сего основанія.

	7 3 6 4
	5.7.8.9
ВЪ остаткѢ	1 5 7 5

Понеже 9 изЪ 4 вычесть не можно, то приложу я 10 кЪ 4, а кЪ слѢдующему нижнему знаку 8 прибавлю 1, что означу положенною при немЪ точкою, и такЪ вычитаю ужѐ 9 изЪ

14,

14, а остатокъ 5 кладу подъ чертою на первомъ мѣстѣ. Потомъ для приложенной точки къ знаку 8 вычитаю 9 изъ 6, но понеже то учиниться не можетъ, то вычитаю 9 изъ 16, а у слѣдующаго нижняго знака 7 ставлю опять точку, и притомъ происшедшей по вычитанiи 9 изъ 16 остатокъ 7 пишу подъ чертою на второмъ мѣстѣ. Потомъ говорю я, не 7, но, для приложенной точки, 8 изъ 3 вычтены быть не могутъ, того ради 8 изъ 13 даютъ въ остаткѣ 5, которыя ставлю подъ чертою на третьемъ мѣстѣ, а къ четвертому знаку въ нижнемъ числѣ, то есть къ 5, прикладываю точку. Напослѣдокъ вычитаю 6 изъ 7, а остатокъ 1 пишу подъ чертою на четвертомъ мѣстѣ. Такимъ образомъ получаю въ остаткѣ всего 1575, которое число и по прежнему правилу найдено было. Второй данной подъ онымъ правиломъ примѣръ былъ слѣдующей:

	1 2 0 5
	. 8 . 2 . 7
Въ остаткѣ	3 7 8

Въ семъ примѣрѣ говорю я опять: 7 изъ 5 вычтены быть не могутъ, того ради ставлю подлѣ 2 точку, и говорю 7 изъ 15 въ остаткѣ 8, которое число пишу подъ чертою на первомъ мѣстѣ. Потомъ надобно мнѣ вычитать 3 изъ 0, но понеже то учиниться не можетъ, то ставлю подлѣ 8 точку, и говорю 3 изъ

10 въ остаткѣ 7, которыя кладу подъ чертою на второмъ мѣстѣ. Потомъ надобно вычитать 9 изъ 2; но понеже и то учиниться не можетъ, то надлежало бы къ слѣдующему знаку нижняго числа приложить точку; а для того что ни одного знака больше уже нѣтъ, то можно себѣ представить, буттобы тамъ стояла 0, и положить на томъ мѣстѣ точку: чего ради говорю я по силѣ сего нашего правила 9 изъ 12 въ остаткѣ 3, которыя пишу подъ чертою на третьемъ мѣстѣ. А понеже точка положенная подъ 1 значитъ одинъ, то говорю я 1 изъ 1 въ остаткѣ ничего, однакожъ цыфры подъ чертою на четвертомъ мѣстѣ не пишу, по тому что цыфра, или 0, положенная въ началѣ числа отъ лѣвой руки никакова знаменованія не имѣетъ. Можно и при третьемъ вычитаніи, при которомъ въ верьхнемъ числѣ находятся подлинно 12, тотчасъ 9 вычесть изъ 12; и такъ кончится все дѣйствіе, чрезъ которое находится въ остаткѣ 378, которой остатокъ и прежнимъ способомъ найденъ былъ. Однакожъ можно легко видѣть, что вычитаніе въ семъ примѣрѣ гораздо способнѣе по послѣднему нежели по первому правилу дѣлается. Но мы сообщимъ здѣсь еще одинъ примѣръ, которой учинилъ бы гораздо больше труда, ежели бы онъ дѣланъ былъ по первому правилу.

2300104
.6.7.8.0.95

въ остаткѣ 1622009.

Въ семъ примѣрѣ говорю я 5 изъ 4 вычтены быть не могутъ, того ради ставлю подлѣ слѣдующаго знака въ нижнемъ числѣ, то есть подлѣ 9, точку, для которой оной знакъ перемѣняется въ 10, и говорю 5 изъ 14 въ остаткѣ 9, которыя пишу подъ чертою на первомъ мѣстѣ. Потомъ говорю 10 изъ 0 вычтены быть не могутъ, чего ради ставлю подлѣ слѣдующаго знака, то есть, подлѣ 0, точку и говорю 10 изъ 10 въ остаткѣ ничего, или 0, которой знакъ кладу на второмъ мѣстѣ подъ чертою. Потомъ, для приложенной точки, говорю 1 изъ 1 въ остаткѣ ничего, и того ради подъ чертою на третіемъ мѣстѣ кладу 0. Потомъ говорю 8 изъ 0 вычесть не можно, того ради подлѣ 7 ставлю точку, и вычитаю 8 изъ 10, а остатокъ 2 пишу подъ чертою. Потомъ говорю опять 8 изъ 0 вычтены быть не могутъ, того ради ставлю подлѣ 6 точку и вычитаю 8 изъ 10, а остатокъ 2 пишу подъ чертою. Напослѣдокъ говорю 7 изъ 3 вычесть не можно, того ради ставлю на слѣдующемъ мѣстѣ нижняго числа точку, хотя въ ономъ больше уже ни одного знака не осталось и представляю себѣ въ мысли, будто бы на томъ мѣстѣ стоялъ знакъ 0; чего ради вычитаю 7 изъ

изъ 13, а остатокъ 6 кладу подъ чертою. Потомъ надлежитъ еще 1 вычесть изъ 2, а остатокъ 1 поставить на слѣдующемъ мѣстѣ; и такъ находится весь искомой остатокъ, которой состоитъ въ слѣдующемъ числѣ: 1622009.

8) Когда ме́ньшее число изъ бо́льшаго вычитать надлежитъ, тогда ставится ме́ньшее число подъ бо́льшимъ такимъ порядкомъ, чтобъ единицы находились подъ единицами, десятки подъ десятками, и такъ далѣе. Пото́мъ проводится подъ сими числами черта, подъ которою искомой остатокъ слѣдующимъ образомъ писать надобно. Начавъ отъ единицъ съ правой рукѝ должно вычитать сперва́ единицы изъ единицъ; пото́мъ десятки изъ десятковъ, и такъ всѣ прочїя званїя, одно изъ другаго, ежели знаки верьхняго числа̀ знаковъ нижняго числа̀ тогожъ званїя всѣ будутъ больше. А когда которой ни будь знакъ нижняго числа̀ будетъ больше знака верьхняго числа̀ тогожъ званїя: то надобно тогда къ оному знаку верьхняго числа̀, по преждеобъявленному пра́вилу прибавить 10, и такимъ спосо-

способомъ можно будетъ вычитаніе безъ препятствія продолжать. Но въ семъ случаѣ надлежитъ въ нижнемъ числѣ къ слѣдующему знаку отъ лѣвой руки прибавить 1, что положенною при немъ точкою означивается. Такимъ образомъ должно всякой знакъ нижняго числа изъ стоящаго надъ нимъ знака верьхняго числа вычитать, и каждой остатокъ класть подъ чертою на приличномъ оному мѣстѣ. По окончаніи всего вычитанія найдется подъ чертою весь искомой остатокъ.

Оба числа пишутся для того объявленнымъ образомъ одно подъ другимъ, чтобъ знаки одинакаго знаменованія, какъ напримѣръ единицы, десятки, и пр. находились одинъ подъ однимъ, и чтобъ слѣдовательно тѣмъ способнѣе разсмотрѣть можно было, чемъ одно число превышаетъ другое; а бо́льшее число ставится для того всегда вверьху, чтобъ при вычитаніи, когда то однажды примѣчено будетъ, не смѣшаться. Ежели бы всякой знакъ верьхняго числа былъ всякаго знака нижняго числа тогожъ званія больше, то можно бы было вычитаніе начинать по изволенію какъ отъ правой такъ и отъ лѣвой руки, и всегда бы тотъ же остатокъ находился; но понеже

къ

къ слѣдующему знаку отъ лѣвой руки въ нижнемъ числѣ, когда находящейся передъ нимъ знакъ нижняго числа будетъ стоящаго надъ нимъ знака больше, прикладывается 1, и оной слѣдовательно чрезъ то прибавленіе увеличивается и долженствуетъ перемѣниться, то надобно въ такомъ случаѣ вычитаніе начинать отъ лѣвой руки и продолжать къ правой. Что такимъ образомъ за вычетомъ остается, то ставится подъ чертою противъ знаковъ тогожъ званія, чтобъ всякое чрезъ вычитаніе найденное число стояло на своемъ надлежащемъ мѣстѣ. Когда которой знакъ нижняго числа будетъ стоящему надъ нимъ знаку верьхняго числа равенъ, и того ради за вычетомъ онаго изъ верьхняго знака ничего не останется, тогда полагается подъ чертою на томъ мѣстѣ цыфра 0, ежели то не при концѣ всего дѣйствія случится; ибо въ такомъ случаѣ цыфры приписывать уже не надобно, для того что цыфры 0 въ началѣ числа отъ лѣвой руки положенныя ничего не значатъ, и въ знаменованіи слѣдующихъ чиселъ никакой перемѣны не дѣлаютъ. Способнѣе можно изъяснить все дѣйствіе примѣромъ. Такъ ежели изъ 273024 надобно вычесть 65372, то пишутся оныя числа слѣдующимъ образомъ:

	2 7 3 0 2 4
	6.5.3.7.2
Въ остаткѣ.	2 0 7 6 5 2

По-

Потомъ начинается вычитанїе, говоря первое: 2 изъ 4 въ остаткѣ 2, которыя ставятся подъ чертою. Второе: 7 изъ двухъ вычесть не можно, того ради къ слѣдующему знаку нижняго числа̀ 3 прикладывается точка, и вычитаются 7 изъ 12, причемъ въ остаткѣ находятся 5. Третїе: 4 изъ 0 вычесть не можно, того ради къ слѣдующему знаку нижняго числа̀ 5, прикладывается точка и вычитаются 4 изъ 10, а въ остаткѣ 6. Четвертое: 6 изъ 3 вычесть не можно, того ради прикладывается къ слѣдующему знаку нижняго числа̀ 6 точка и вычитается 6 изъ 13, а въ остаткѣ 7. Пятое: вычитаются 7 изъ 7, въ остаткѣ ничего, чего ради ставится подъ чертою 0. Напослѣдокъ понеже подъ послѣднимъ зна́комъ верьхняго числа̀ 2 ничего не написано, то говорится въ такомъ случаѣ: ничто изъ 2 въ остаткѣ 2, которой знакъ ставится подъ чертою на послѣднемъ мѣстѣ отъ лѣвой рукѝ. И такъ искомой остатокъ находится 20765 2. Такимъ же образомъ надлежитъ вычитанїе дѣлать и въ слѣдующихъ примѣрахъ.

	2 5 9 3 2 0 8 2 6 7 9 4 2 1 6 8
	. 7 0. 9. 6. 3. 5. 4. 8 2 3. 7 0. 6 1. 9
	1 8 8 3 5 7 2 7 8 5 5 7 1 5 2 9
Также:	3 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
	. 8. 7. 6. 5. 4. 3. 2. 1. 0. 9. 8. 7. 6. 5. 4. 3
	2 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 7

 Та-

Таких примѣров может себѣ всяк столько написать, сколько кому к обученїю и к полученїю скорости в вычитанїи потребно. Но дабы можно было знать, в каких случаях вычитанїе употреблять надлежит, и какїя из случающихся в общем житии задач чрез оное рѣшены быть могут, то сообщим здѣсь нѣсколько до того надлежащих примѣров.

Примѣры вычитанїя.

I. В 1739 году объявлено в календарѣ, что огнестрѣльной порох найден за 359 лѣт перед тѣм: вопрошается, в котором году послѣ рождества Христова учинено сїе изобрѣтенїе?

Отвѣчай, что оной год найдется, когда из объявленнаго в календарѣ 1739 года вычтется число 359. Чего ради сей вопрос надлежит до вычитанїя, чрез которое сыскивается, что порох найден в 1380 году послѣ рождества Христова.

II. Нѣкто из полученных в наслѣдство 3672 рублей принужден заплатить долгу 2837 рублей: спрашивается, сколько у него из тѣх денег еще останется?

Отвѣчай: когда он из 3672 рублей должен заплатить 2837 рублей, то надобно 2837 рублей вычесть из 3672 рублей, а остаток даст то число де-

денегъ, которое у него еще останется, а именно 835 рублей.

III. нѣкоторой купецъ долженъ своимъ заимодавцамъ 26209 рублей; а въ то число уплатилъ 17536 рублей: спрашивается, сколько онъ остался имъ еще долженъ?

Отвѣчай: понеже чрезъ сію уплату изъ долгу, которой на томъ купцѣ былъ, убыло 17536 рублей, то надобно число 17536 изъ всѣхъ долговыхъ денегъ, то есть изъ 26209 рублей вычесть; а остатокъ 8673 показываетъ то число денегъ, которое на немъ еще осталось.

IV. нѣкоторой человѣкъ умеръ въ 79 году отъ рожденія, а въ супружествѣ жилъ онъ 37 лѣтъ: спрашивается, сколько ему лѣтъ тогда отъ роду было, какъ онъ женился?

Отвѣчай, что ежели 37 лѣтъ вычтутся изъ 79, то остатокъ 42 покажетъ то число лѣтъ, которое оной человѣкъ имѣлъ въ то время, когда онъ вступилъ въ супружество.

9) Напослѣдокъ надлежитъ примѣчать и великое оное сходство, которое находится между сими двумя первыми дѣйствіями, то есть между сложеніемъ и вычитаніемъ. Ибо когда въ сложеніи изъ суммы двухъ чиселъ одно вычтется, то останет-

ся всегда другое число; а въ вычитаніи когда меньшее число сложится съ остаткомъ, то произойдетъ бо́льшее число; ежели же остатокъ вычтется изъ бо́льшаго числа, то выдетъ меньшее число. Сіе подаетъ основаніе къ повѣренію какъ сложенія, такъ и вычитанія. Ибо по первому предложенію можно всякой примѣръ сложенія, въ которомъ два перечня сложены въ одну сумму, повѣрить чрезъ вычитаніе; по второму, можно примѣры вычитанія повѣрять чрезъ сложеніе; а по третьему повѣряется вычитаніе чрезъ самоежъ вычитаніе.

Что въ вычитаніи всегда бо́льшее число происходитъ, когда остатокъ сложится съ меньшимъ числомъ, то уже выше подъ нум. 2. доказано. Чего ради сумма происходящая изъ сложенія остатка съ меньшимъ числомъ равна числу большему. Отъ сего можно лехко видѣть, что когда изъ суммы двухъ чиселъ одно вычтется, то останется другое; слѣдовательно, когда въ вычитаніи изъ бо́льшаго числа, какъ изъ суммы происходящей отъ сложенія остатка съ меньшимъ числомъ, остатокъ вычтенъ будетъ, то долженствуетъ выйти меньшее число. Напримѣръ, ежели числа 5728 и 3875 сложатся, то найдется

сія

сїя сумма 9603. И такъ, ежели изъ сея суммы вычтется число 5728, то останется 3875; а когда 3875 вычтутся изъ 9603, то будетъ въ остаткѣ находиться другое число 5728. Также, буде изъ 12304 вычтутся 8436, то найдется сей остатокъ 3868. Ежели же бы кто сомнѣвался, не учинено ли въ семъ вычитанїи какова погрѣшенїя, то можно для повѣренїя либо найденной остатокъ съ меньшимъ числомъ сложить, то есть 3868 съ 8436, и примѣчать, выдетъ ли бо́льшее число 12304; или вычесть остатокъ 3868 изъ бо́льшаго числа; то есть изъ 12304, и притомъ смотрѣть выдетъ ли ме́ньшее число 8436, чрезъ что о исправности учиненнаго вычитанїя можно совершенно быть увѣрену.

ГЛАВА IV.

О УМНОЖЕНIИ,

которое есть третїе ариѳметическое дѣйствїе.

I.

Въ умноженїи показывается способъ, какъ такое число сыскать надлежитъ, которое бы даннаго числа̀ вдвое, или втрое, или во столько разъ было больше, сколько угодно.

Чего ради подаетъ сіе дѣйствіе особливыя правила, по которымъ данное число по изволенію умножено, и слѣдовательно такое число найдено быть можетъ, въ которомъ данное число столько разъ содержится, сколько кто потребуетъ.

Первое понятіе, которое мы о Ариѳметикѣ получаемъ, приводитъ насъ только къ двумъ дѣйствіямъ, изъ которыхъ одно состоитъ въ увеличиваніи, а другое въ умаленіи числа. Оное дѣлается, когда къ какому числу еще одно или нѣсколько чиселъ приложатся, а сіе, когда отъ какова числа нѣчто отнимется, которыя дѣйствія называются сложеніе и вычитаніе, о чемъ въ прежнихъ двухъ главахъ уже говорено. Отъ сихъ дѣйствій происходятъ и всѣ прочія, которыя также къ Ариѳметикѣ причисляются, и подаютъ на особливыя задачи особливыя правила, по которымъ оныя задачи весьма скоряе и легче рѣшить можно, нежели чрезъ одно сложеніе или вычитаніе. Такое свойство имѣетъ и умноженіе, по тому что въономъ показывается, какъ нѣкоторой особливой родъ надлежащихъ до сложенія вопросовъ гораздо способнѣе рѣшить можно, нежели чрезъ одно только сложеніе. А именно въ умноженіи предлагается способъ, какъ находить сумму двухъ или многихъ между собою равныхъ чиселъ; а сложеніе рас-

про-

простирается къ сысканiю суммы двухъ или многихъ чиселъ, которыя между собою хотя и неравны. Отъ чего видно, что вс҃ до умноженiя надлежащiе вопросы могутъ и по правиламъ сложенiя рѣшены быть, однакожъ съ большимъ трудомъ и не такъ скоро, какъ по правиламъ умноженiя. Но здѣсь говоримъ мы только о цѣлыхъ числахъ, а о ломаныхъ, или о доляхъ, будемъ разсуждать въ послѣдующемъ. И такъ ежели кто спроситъ, сколько дѣлаютъ трожды 128, то будетъ сей вопросъ надлежать до умноженiя; но оной можно также рѣшить и чрезъ сложенiе, когда число 128 написано будетъ трожды одно подъ однимъ, и потомъ три оные перечня сложатся такимъ образомъ:

$$\begin{array}{r} 128 \\ 128 \\ 128 \\ \hline 384 \end{array}$$

чрезъ что найдется, что число 128 взятое трожды дѣлаетъ 384. Сей примѣръ можно ещё легко здѣлать и чрезъ сложенiе; но ежели бы кто спросилъ, какое произойдетъ число, когда 1204 возмутся 169 разъ, то надлежало бы по правиламъ сложенiя, сiе число 1204 сто шесдесятъ девять разъ одно подъ однимъ написать, а потомъ оныя 169 перечней складывать, и такъ бы найденная сумма дала искомое число. Но сiе заняло бы много времени и мѣста, что по правиламъ умноженiя гораздо способнѣе дѣлается.

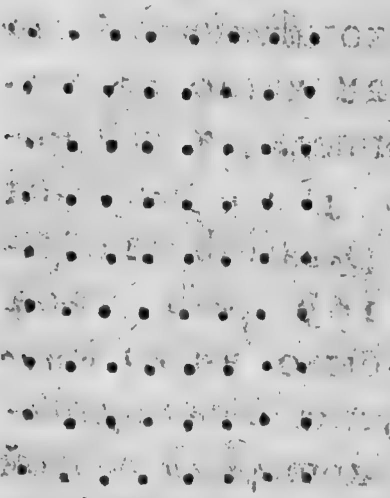
2) То число, о которомъ спрашивается сколько оно учинитъ, ежели нѣсколько разъ взято будетъ, называется множимое; а то, которое показываетъ сколько разъ оное число взять надлежитъ, называется множитель. Чего ради и говорится, что оное число надлежитъ чрезъ сїе умножать. Напослѣдокъ то число, которое чрезъ умноженїе находится, называется произведенїе.

Ежели кто умноженїе въ сложенїе перемѣнить хочетъ, то надобно тогда, какъ прежде помянуто, искать суммы двухъ или многихъ чиселъ, между собою равныхъ. Чего ради надлежитъ притомъ сперва то число примѣчать, которому всякое изъ тѣхъ чиселъ, которыя надобно складывать, равно. Оное число употребительнымъ при умноженїи словомъ называется *число множимое*. Потомъ надобно примѣчать, сколько разъ оное число должно взять, или много ли есть оныхъ чиселъ, которыя складывать надобно, и которыя всѣ сему числу равны. То число, которое сїе изъявляетъ, называется *множитель*, а сумма происходящая отъ сложенїя тѣхъ чиселъ, которыя множитель изъявляетъ, и которыя всѣ множимому числу равны, называется *произведенїе* или *продуктъ*. Такъ, ежели бы кто спросилъ, какъ велико

то

то число, которое происходитъ, когда 128 трожды взяты будутъ; или, ежели бы кто спросилъ, трожды 128 сколько дѣлаютъ? то было бы въ такомъ случаѣ 128 число множимое, число 3 было бы множитель, а найденная прежде сумма, то есть 384, была бы продуктъ или произведенiе. Равнымъ же образомъ, ежели бы спросить: 169 разъ 1204 что учинятъ? то бы 1204 было число множимое, 169 множитель, а сумма ста шестидесяти девяти перечней, изъ которыхъ всякой содержитъ 1204, была бы произведенiе. И такъ два оныя числа, то есть множимое число и множитель, бываютъ даны и знаемы во всякомъ предложенномъ примѣрѣ; а продуктъ или произведенiе есть то число, котораго надлежитъ искать, къ чему умноженiе подаетъ потребныя правила. Присемъ должно примѣчать, что можно безъ всякаго погрѣшенiя множимое число взять вмѣсто множителя; и обратно, множителя можно переложить на мѣсто множимаго числа. Такъ, ежели спросится, восемью 9 сколько учинятъ; или сколько выдетъ, когда 9 умножены будутъ восемью: то хотя 9 есть множимое число, а 8 множитель; однакожъ можно и 8 принять за множимое число, а 9 за множителя, по тому что 8 взятое девятью, тожъ учинитъ, что восемью 9, или число 9 взятое 8 разъ, для того что въ обоихъ случаяхъ произойдетъ 72. Сiе согласiе можно наиспо-

наиспособнѣе доказать приложенною присем
фигурою.



Въ сей фигурѣ находятся в
всякомъ ряду отъ лѣвой рук
къ правой по 8 точекъ,
всѣхъ рядовъ числомъ есть 9
чего ради число всѣхъ точекъ
показываетъ, сколько выдетъ
когда 8 возмется девятью
то есть 72. Но ежели мы
ряды сихъ точекъ будемъ
рассуждать сверьху внизъ, то найдемъ во вс
комъ ряду по девяти точекъ, а всѣхъ
рядовъ только 8; чего ради число точекъ
показываетъ въ такомъ случаѣ, сколько то
учинитъ, когда 9 восемью возмутся.
понеже въ обоихъ случаяхъ число всѣхъ то
чекъ есть равно, а именно 72 точки: то
видно отъ сего, что девятью восемь столь
кожъ дѣлаетъ, сколько восемью 9. Сїе дока
зательство простирается и до всѣхъ другихъ
подобныхъ сему примѣровъ, такъ что всяк
истинну сего предложенїя отъ объявленнаго
примѣра лехко познать можетъ. И такъ
понеже въ томъ никакой нужды нѣтъ, чтобы
между обоими при умноженїи данными числами
то есть между числомъ множимымъ, и между
множителемъ рассуждать какую ни будь раз
ность, того ради оба оныя числа на Латинскомъ
языкѣ однимъ именемъ *Factores* называются
что значитъ числа взаимно умножающїяся

произведенїе (*Productum*) для тойже причины называется и *Factum*. Равнымъ же образомъ, когда кто хочетъ сказать, что напримѣръ 8 надобно взять 9 тью, то говорятъ, что оба числа 8 и 9 надлежитъ между собою умножить. И такъ можетъ всякъ изъ сего довольно то разумѣть, когда сказываютъ, что умноженїе учитъ 2 числа между собою умножать: по тому что въ томъ никакой силы нѣтъ, которое изъ двухъ оныхъ чиселъ взято будетъ вмѣсто числа множимаго, и которое употребится вмѣсто множителя.

3) Но прежде нежели оное дѣйствїе; для котораго умноженїе показетъ потребныя правила, подлинно учинить можно будетъ, Надобно знать, какъ надлежитъ всѣ оныя числа между собою умножать, которыя меньше 10, или какъ каждыхъ двухъ такихъ чиселъ показать произведенїе; что или чрезъ сложенїе, или по слѣдующей таблицѣ сыскать можно. Однакожъ то гораздо лучше, когда кто сїю таблицу твердо въ памяти содержать будетъ.

Какъ бы два умножаемыя числа велики ни были, однакожъ показаны будутъ такїя правила, по которымъ можно оныя умножать и

и находить произведенїе; ежели кто только два данныя числа, изъ которыхъ всякое меньше 10, можетъ умножить. Въ умноженїи сїе также потребно, какъ то надобно было и въ сложенїи, чтобъ знать два числа, которыя меньше 10, вмѣстѣ сложить. Но въ семъ есть еще сїя способность, что хотя бы кто и не зналъ, какое число произойдетъ, когда два простыя числа между собою умножены будутъ, то оное можно лехко сыскать чрезъ сложенїе. Такъ ежели бы кто не зналъ, сколько будетъ, когда 9 умножится числомъ 7: то надобно только 9 написать семью одно подъ однимъ, а потомъ оныя числа сложить, которыхъ сумма дастъ искомое произведенїе Но для отвращенїя сего труда прилагаемъ мы присемъ обыкновеннымъ образомъ преждепомянутую таблицу, по которой произведенїе двухъ простыхъ между собою умножающихся чиселъ тотчасъ найти можно. А чтобъ не всегда надобно было такую таблицу носить съ собою, то надлежитъ оную всякому, кто въ Ариѳметикѣ твердъ быть желаетъ, умѣть наизусть, которая есть слѣдующая:

2 жды	2	- -	4		2	-	7	-	14
2	- 3	- -	6		2	-	8	-	16
2	- 4	- -	8		2	-	9	-	18
2	- 5	- -	10		3 жды		3	-	9
2	- 6	- -	12		3	-	4	-	12

3

3	-	5	15	5	-	7	35
3	-	6	18	5	-	8	40
3	-	7	21	5	-	9	45
3	-	8	24	6	ю	6	36
3	-	9	27	6	-	7	42
4	жды	4	16	6	-	8	48
4	-	5	20	6	-	9	54
4	-	6	24	7	ю	7	49
4	-	7	28	7	-	8	56
4	-	8	32	7	-	9	63
4	-	9	36	8	ю	8	64
5	ю	5	25	8	-	9	72
5	-	6	30	9	ю	9	81

Сїа таблица, которую, какъ сказываютъ, Пиѳагоръ прежде всѣхъ ученикамъ своимъ показалъ, называется таблица Пиѳагорова. Нѣкоторые начинаютъ оную отъ единицы, говоря однажды одинъ, одинъ; но понеже никакое число умноженное единицею не перемѣняется: того ради мы умноженїе простыхъ чиселъ единицею въ ней оставили: по тому что однажды 2 дѣлаютъ два, 1 жды 3 дѣлаютъ три, и такъ далѣе со всѣми прочими числами, хотябъ они и больше 9 были. Присемъ надлежитъ еще и то примѣчать, что всякое число умноженное цыфрою, или 0; дѣлаетъ ничто: для того что ничто, или 0, всегда бываетъ ничто, сколько бы разъ оно взято ни было. Сїе можно доказать и прежде объявленнымъ способомъ, когда

мы умножение точками представили, въ которомъ случаѣ число точекъ стоящихъ въ одномъ ряду значитъ число множимое, число рядовъ значитъ множителя, а число всѣхъ точекъ вмѣстѣ, которыя во всѣхъ рядахъ содержатся, показываетъ произведенïе или продуктъ. И такъ когда множитель есть единица, тогда находится только одинъ рядъ точекъ, и слѣдовательно произведенïе бываетъ тогда такъ велико, каково есть самое число множимое; а когда множитель есть ничто, или о, тогда не можетъ ни одинъ рядъ, слѣдовательно ни одна точка находиться, чего ради и произведенïе будетъ тогда ничто. Для употребленïя сея таблицы надлежитъ примѣчать, что когда кто желаетъ знать произведенïе двухъ такихъ чиселъ, которыя меньше 10, тогда надобно искать меньшаго числа въ первомъ ряду, поступая отъ верьха къ низу, а потомъ искать, гдѣ другое число во второмъ ряду противъ онаго стоитъ, причемъ число въ третьемъ ряду противъ нихъ находящееся покажетъ искомое произведенïе.

4) Ежели случится какое ни будь число, какъ бы оно велико ни было; умножать простымъ числомъ, которое меньше 10: то можно оное по предложенной таблицѣ учинить такимъ образомъ, когда число единицъ, десятковъ, сотенъ, и такъ далѣе, онымъ

онымъ простымъ числомъ умножится, по тому что изъ всѣхъ оныхъ разнаго званія чиселъ больше 9 быть не можетъ, а потомъ всѣ найденныя произведенія сложатся, которыя совокупно дѣлаютъ искомое произведеніе.

По прежде сообщенной таблицѣ можно знать не только то, сколько напримѣръ семью восемь единицъ учинятъ, но также и то, сколько учинятъ семью восемь десятковъ, или семью восемь сотенъ, и такъ далѣе семью восемь изъ всякаго званія чиселъ. Ибо когда по оной таблицѣ можно найти, что семью восемь дѣлаютъ 56, то можно также и то знать, что семью восемь единицъ дѣлаютъ 56 единицъ, семью восемь десятковъ дѣлаютъ 56 десятковъ, а семью восемь сотенъ дѣлаютъ 56 сотенъ, и такъ во всѣхъ прочаго званія числахъ. Чего ради помощію сея таблицы можно числа всякаго званія, какъ напримѣръ единицы, десятки, сотни, и прочія, которыя въ сложенномъ числѣ находятся, умножать всякимъ простымъ числомъ. Но ежели сложенное число надлежитъ даннымъ числомъ умножить, то найдется искомое произведеніе, когда каждая часть онаго сложеннаго числа даннымъ числомъ умножена будетъ, и всѣ произведенія приведутся въ одну сумму.

Сіе можно видѣть отъ сложенія, на которомъ умноженіе основаніе свое имѣетъ: по тому

 что

что для сысканія суммы многихъ чиселъ, всѣ особливыя званія или части, изъ которыхъ оныя числа состоятъ, складываются, причемъ суммы всѣхъ особливыхъ званій совокупно дѣлаютъ цѣлую искомую сумму. Напримѣръ когда мнѣ надобно число 237 умножить четырьмя, и когда я сіе умноженіе дѣлаю чрезъ сложеніе, то есть, когда число 237 пишу четырежды одно подъ однимъ, а потомъ четыре оные перечня складываю въ одну сумму, слѣдующимъ образомъ
237 тогда беру я сперва 7 единицъ четыре-
237 жды, потомъ 3 десятка четырежды,
237 а напослѣдокъ 2 сотни также четырежды,
237 которыя три особливыя званія или части:
948 взятыя четырежды дѣлаютъ тожъ число, которое произойдетъ, когда все число 237 взято будетъ четырежды, а именно 948. А ежели сей же самой примѣръ надобно здѣлать чрезъ умноженіе, то надлежитъ сперва примѣчать, что данное число 237 состоитъ изъ слѣдующихъ частей, а именно изъ 7 единицъ, изъ 3 десятковъ, и изъ 2 сотенъ. Потомъ ежели всякая часть умножена будетъ 4мя, то найдется, что 4жды 7 единицъ дѣлаютъ 28 единицъ, 4жды 3 десятка дѣлаютъ 12 десятковъ, а 4жды 2 сотни дѣлаютъ 8 сотенъ, отъ чего видно, что число 237 взятое четырежды дѣлаетъ 28 единицъ, 12 десятковъ и 8 сотенъ, то есть 8 единицъ, 4 десятка и 9 сотенъ, или 948; что и чрезъ сложеніе найдено было.

5) Чего ради для умноженія даннаго числа такимъ числомъ, которое меньше 10, надлежитъ сперва умножать онымъ простымъ числомъ, какъ множителемъ, единицы; и ежели произведеніе состоитъ больше нежели изъ 9 единицъ, то надобно столько десятковъ изъ онаго здѣлать, сколько можно, которые при продолженіи умноженія къ десяткамъ причислены быть имѣютъ, а достальное число единицъ должно написать въ произведеніе на первомъ мѣстѣ отъ правой руки. Потомъ надобно даннымъ числомъ умножать десятки, а къ произведенію приложить тѣ десятки, которые произошли отъ умноженія единицъ. Ежели и сіе произведеніе будетъ больше 9, то надлежитъ столько сотенъ изъ онаго здѣлать, сколько можно, а достальное число десятковъ написать на второмъ мѣстѣ въ произведеніе. Такимъ же образомъ надлежитъ поступать въ умноженіи чиселъ и всѣхъ слѣдующихъ званій, и такъ найдено будетъ искомое произведеніе.

Что всякую часть, или всякое число оныхъ званій, изъ которыхъ множимое число со-

стоитъ, множителемъ умножать надобно, и что всѣ оныя особливыя произведенія цѣлое искомое произведеніе сочиняютъ, то доказано уже прежде. Но ежели чрезъ сіе умноженіе какого ни будь званія чиселъ выдетъ больше нежели по 9: то надлежитъ, какъ въ сложеніи уже объявлено, вмѣсто всякаго десятка оныхъ званій по одному къ числу слѣдующаго званія прибавлять, которыя прибавляемыя части должно такъ въ умѣ долго содержать, пока умноженіе слѣдующаго званія учинится; а потомъ оныя приложить къ произведенію. Но сіе дѣйствіе можно ясняе понять отъ примѣра. Такъ, ежели число 3596 надобно умножить 7ю: то пишутъ оное обыкновенно слѣдующимъ образомъ:

3 5 9 6	Множимое число
:: ::: :: 7	Множитель
2 5 1 7 2	Произведеніе

Части даннаго въ семъ примѣрѣ числа состоятъ въ 6 единицахъ, 9 десяткахъ, 5 сотняхъ, и въ 3 тысячахъ, изъ которыхъ каждую особливо надлежитъ умножить 7ю; что дѣлается слѣдующимъ образомъ: 7ю 6 единицъ дѣлаютъ 42 единицы, то есть 4 десятка и 2 единицы; чего ради 2 единицы пишутся подъ чертою на первомъ до единицъ надлежащемъ мѣстѣ, а 4 десятка удерживаются до слѣдующаго умноженія десятковъ. Потомъ говорится 7ю 9 десятковъ

дѣла-

дѣлаютъ 63 десятка, къ которымъ прикладываются прежде происшедшіе 4 десятка, что все вмѣстѣ производитъ 67 десятковъ, то есть 6 сотенъ и 7 десятковъ; и такъ 7 десятковъ пишутся въ произведеніи на второмъ мѣстѣ, а 6 сотенъ удерживаются къ произведенію слѣдующаго умноженія, въ которомъ также сотни произойдутъ. А именно 7ю 5 сотенъ дѣлаютъ 35 сотенъ, которыя съ 6 прежними сотнями сочиняютъ 41 сотню, то есть 4 тысячи и 1 сотню. Сія 1 сотня ставится въ произведеніи на своемъ надлежащемъ мѣстѣ, а 4 тысячи удерживаются до слѣдующаго умноженія. Напослѣдокъ говорится 7ю 3 тысячи дѣлаютъ 21 тысячу, что съ удержанными прежде 4 тысячами производитъ 25 тысячъ, то есть 5 тысячъ, которыя на надлежащемъ мѣстѣ ставятся въ произведеніи, и 2 десятка тысячъ, которые также на своемъ мѣстѣ пишутся, для того что въ множимомъ числѣ уже никакихъ знаковъ больше не находится. Чего ради все найденное произведеніе есть 25172, которое число слѣдовательно есть всемеро больше, нежели прежде данное число 3596. Ежели при умноженіи, такъ какъ оно въ семъ примѣрѣ учинено, имена разныхъ званій упоминаться не будутъ, по тому что дѣйствіе при всякомъ званіи чиселъ бываетъ одинаково, то все умноженіе здѣлается гораздо короче: чего ради

учинимъ мы такимъ образомъ умноженіе въ слѣдующемъ примѣрѣ,

5 7 2 0 3 8 4 6	Множимое число
9	Множитель
5 1 4 8 3 4 6 1 4	Произведеніе

Въ семъ примѣрѣ ищется такое число, которое даннаго числа 57203846 вдевятеро больше, и того ради начинается умноженіе отъ единицъ, говоря: 9ю 6, или 6ю 9 дѣлаютъ 54, изъ которыхъ 4 ставятся подъ чертою на первомъ мѣстѣ отъ правой руки въ произведеніе, а 5 удерживаются въ умѣ. Второе, 9ю 4, или 4 жды 9, дѣлаютъ 36, къ которымъ прибавя прежде оставшіяся 5 получается 41; чего ради 1 пишется подъ чертою на второмъ мѣстѣ, а 4 удерживаются въ умѣ. Третіе, 9ю 8, или 8ю 9 дѣлаютъ 72, къ которымъ приложивъ оставшіяся 4 получаются 76; изъ сихъ чиселъ ставятся 6 подъ чертою, а 7 удерживаются въ умѣ. Четвертое, 3-жды 9 дѣлаютъ 27, да 7 прежде оставшіяся дѣлаютъ 34; чего ради 4 кладутся подъ чертою, а 3 оставляются къ слѣдующему умноженію. Пятое, 9ю 0 дѣлаютъ 0, къ сему приложивъ прежде удержанныя 3 получаются 3, которое число ставится подъ чертою, и притомъ ничего въ умѣ удерживать не приходитъ. Шестое, 2 жды 9 дѣлаютъ 18, изъ которыхъ

8 кладутся въ произведенїи подъ чертою, а 1 удерживается въ умѣ. Седьмое, 7 ю 9 дѣлаютъ 63, да 1 дѣлаютъ 64; чего ради 4 ставятся подъ чертою въ произведенїи, а 6 удерживаются въ умѣ. Осьмое, 5 ю 9 дѣлаютъ 45, да 6 удержанныя въ умѣ дѣлаютъ 51, которое все число подписывается подъ чертою въ произведенїи, для того что умноженїе притомъ уже кончится; и такъ находится все подъ чертою стоящее произведенїе. Такимъ же образомъ можно здѣлать и слѣдующїе примѣры:

385046	7318245
2	3
770092	21954735
1234567	90705036
4	5
4938268	453525180
10407118	89123472
6	7
62442708	623864304
5214796	567898765
8	9
41718368	5111088885

Отъ сихъ примѣровъ довольно видно, какъ всякое число, какъ бы оно велико ни было, простымъ числомъ умножать, и произведенїе на-

находить надлежитъ, причемъ и основанıе всего дѣйствıя довольно изъяснено. Теперь имѣемъ мы изслѣдовать, какъ умноженıе надобно дѣлать, когда множитель есть число сложенное, то есть такое, которое больше 9.

6) Когда какое число, какъ бы оно велико ни было, надлежитъ умножать 10тью, то надобно къ оному съ правой руки приложить только 0. Ежели же нѣкоторое число надлежитъ умножить 100нею, то надобно тогда приложить къ оному двѣ цыфры. Когда надобно умножать 1000чею, тогда приписываются къ данному числу съ правой руки три цыфры; а когда умноженıе дѣлается 10000чами, тогда приписываются съ правой руки четыре цыфры, и такъ далѣе, прибавляя всегда по стольку цыфръ, сколько оныхъ въ такихъ множителяхъ послѣ 1 находится.

Когда какое число надлежитъ умножать 10тью, то надобно тогда всякую часть онаго числа умножить десятью. А ежели умножаются 10тью единицы, то выходитъ въ произведенıи столько десятковъ, сколько прежде было единицъ. Десятки перемѣняются при такомъ умноженıи въ сотни, сотни

въ

въ тысячи, и такъ далѣе. А понеже всякое число, какова бы оно званія ни было, когда къ нему съ правой руки приложится о, перемѣняется въ число слѣдующаго званія, которое онаго есть вдесятеро больше: то чрезъ прибавленіе одной о и все данное число становится вдесятеро больше. Такъ напримѣръ 10тью 5783 дѣлаютъ 57830. Равнымъ же образомъ, когда къ какому ни будь числу отъ правой руки приложатся двѣ цыфры: то перемѣнятся тогда единицы въ сотни, десятки въ тысячи, а сотни въ десятки тысячъ, и такъ далѣе; то есть всякое званіе перемѣнится въ другое званіе, которое прежняго есть во 100 разъ больше. Отъ чего слѣдуетъ, что чрезъ приложеніе двухъ цыфръ все число умножается 100нею. Такъ, когда 328 надлежитъ умножить 100нею: то произойдетъ 32800. Равнымъ же образомъ видно, что когда къ данному числу приложатся три цыфры: то оное учинится въ тысячу разъ больше, и такъ далѣе. Чего ради ежели бы число 5430 надлежало умножить симъ числомъ 1000000: то было бы произведеніе 5430000000. Отъ сего видно, какъ всякое число надлежитъ умножать, когда множитель есть такое число, которое пишется 1цею съ приложенными при ней нѣсколькими цыфрами. Сіе есть основаніе оныхъ правилъ умноженія, когда множитель бываетъ великое сложенное число, какъ то въ нижеслѣдующемъ пространнѣе объявлено будетъ.

7) Ежели множитель, или то число, которымъ данное число надлежитъ умножать, будетъ число простое съ приложенными къ нему нѣсколькими цыфрами, напримѣръ 60, или 300, или 4000, или 70000, и прочая: тогда искомое произведенiе найдется, когда данное число умножится сперва простымъ онымъ числомъ, а потóмъ къ найденному произведенiю приложится отъ правой руки столько цыфръ, сколько оныхъ есть въ множителѣ.

Когда множитель, которымъ данное число умножать надлежитъ, есть такое число, которое произошло отъ умноженiя двухъ чиселъ между собою: тогда истинное произведенiе получится, ежели данное число умножится сперва однимъ изъ оныхъ двухъ чиселъ, а потóмъ оное произведенiе умножится также и другимъ числомъ. Такъ когда надобно мнѣ 47 умножить 6тью; а понеже 6 есть тожъ что 2жды 3: то найду я искомое произведенiе, ежели 47 сперва умножу 2мя, въ которомъ случаѣ получу 94, а потóмъ сiе произведенiе 94 еще умножу 3мя, что учинитъ 282; и сiе есть оное число, которое произойдетъ, когда 47 умножатся 6тью. Ибо какъ число 6 тожъ самое

есть

есть, что 2 жды 3, такъ и искомое произведенiе, то есть 6 тью 47, есть то, что 2 жды 3 раза взятыя 47, или 3 жды 2 раза взятыя 47. Но чтобъ найти что выдетъ, когда 47 возмутся 2 жды по 3 раза, то надлежитъ сперва искать, что учинятъ 2 жды 47, то есть 94; чего ради 2 жды по 3 раза взятыя 47 тожъ дѣлаютъ, что 3 жды 94, и слѣдовательно 3 жды 94 есть то, что 6 тью 47. И сiе есть основанiе сего предложенiя, которое при всѣхъ случающихся примѣрахъ равную силу имѣетъ: чего ради можно помощiю онаго учинить многiе примѣры умноженiя, хотя множитель будетъ и не простое число. Такъ напримѣръ когда надлежитъ 127 умножить 63 мя, то можно (для того что 63 тожъ есть, что 7 ю 9) число 127 сперва умножить 7 ю, что учинитъ 889, а потомъ 889 умножить еще 9 тью, чрезъ что получится 8001, которое число тожъ есть, что 63 раза 127. Ибо 8001 есть тожъ, что 9 разъ 889; а 889 есть то, что 7 разъ 127: того ради 8001 есть тожъ, что 127 взятыя 9 тью по 7 разъ. Но 9 тью 7 есть то, что 63, того ради 8001 есть тожъ, что 63 раза 127; отъ котораго примѣра истинна сего предложенiя еще ясние познавается. Но чтобъ притти къ самому данному правилу, то надлежитъ примѣчать, что всякое число, которое состоитъ изъ простаго числа съ приложенными при немъ нѣ-

нѣсколькими цыфрами, происходитъ, когда простое число умножается i цею съ приложенными къ ней нѣсколькими цыфрами. Того ради когда такимъ числомъ умножать случится: то надобно сперва умножать только простымъ числомъ, а что выдетъ, то должно умножить еще i цею съ находящимися при ней цыфрами; что изъяснено въ прежнемъ 6 нум. гдѣ мы показали, что для сысканія такова произведенія надобно только то, чтобъ къ множимому числу столько цыфръ приложить, сколько оныхъ въ множителѣ послѣ единицы находится. Чего ради когда множитель есть простое число съ находящимися при немъ нѣсколькими цыфрами: тогда надобно сперва множимое число умножать простымъ онымъ числомъ, а къ произведенію съ правой рукѝ приложить столько цыфръ, сколько оныхъ есть въ множителѣ послѣ простаго числа. Такъ когда надлежитъ 543 умножать 700ми, то надобно сперва 543 умножить 7ю, а къ произведенію 3801 приложить двѣ цыфры, отъ чего выдетъ 380100; которое число есть искомое произведеніе, то есть 543 умноженныя 700ми. Но понеже умноженіе простымъ числомъ дѣлается отъ правой рукѝ къ лѣвой, то можно отъ правой рукѝ тотчасъ столько цыфръ написать, сколько оныхъ находится въ множителѣ, а потомъ умноженіе дѣлать простымъ числомъ. Чего

ради

ради умноженіе прежняго примѣра по сему способу дѣлается такъ:

543	Множимое число
700	Множитель
380100	Произведеніе

равнымъ же образомъ, когда 2758 надобно умножить числомъ 500000: то сіе умноженіе надлежитъ дѣлать такъ, какъ слѣдуетъ.

$$\begin{array}{r} 2758 \\ 500000 \\ \hline 1379000000 \end{array}$$

И такъ имѣетъ сіе дѣйствіе основаніе свое на томъ, что такіе множители раздѣляются на два между собою умножающіяся числа. А именно въ первомъ примѣрѣ множитель 700 есть то, что 7мью 100, а въ послѣднемъ множитель 500000 тожъ есть, что 5тью 100000; но какъ такими числами всякое данное число умножать, то уже выше показано.

8) Когда множитель есть число сложенное, то есть, когда онъ состоитъ изъ многихъ знаковъ: тогда надобно множимое число умножать всякимъ знакомъ особливо, изъ которыхъ состоитъ множитель, а потомъ всѣ такимъ образомъ найденныя произведенія

веденія сложить въ одну сумму, которая дастъ искомое произведеніе.

Мы выше сего показали, что когда множимое число состоитъ изъ нѣсколькихъ частей, тогда надлежитъ всякую часть онаго особливо множителемъ умножать, а происшедшія отъ того произведенія складывать въ одну сумму, которая дастъ искомое произведеніе; а понеже множимое число и множитель могутъ между собою перемѣняться и одинъ изъ нихъ положиться вмѣсто другаго: то надобно тожъ разумѣть и о множителѣ, что о множимомъ числѣ сказано Чего ради когда множитель есть число сложенное, или когда онъ состоитъ больше нежели изъ одного знака: тогда надобно множимое число умножать каждою частью множителя, а происшедшія отъ того произведенія складывать въ одну сумму, которая дастъ искомое произведеніе. Но понеже оныя части, которыя сложенное число составляютъ, состоятъ въ единицахъ, десяткахъ, сотняхъ и такъ далѣе, и никакой изъ оныхъ частей больше 9 случиться не можетъ: того ради множимое число надлежитъ сперва умножать тѣми единицами, потомъ тѣми десятками, а потомъ сотнями, и такъ далѣе, которыя въ множителѣ находятся, а найденныя произведенія сложить въ одну сумму. Но мы въ прежнемъ правилѣ подъ нум. 7 ужѐ показали, какъ всякое данное число надлежитъ умножать простымъ

числомъ

числомъ съ приложенными при немъ отъ правой руки цыфрами; а всѣ помянутыя части, изъ которыхъ сложенной множитель состоитъ, не что иное, какъ такія числа: того ради умноженіе сложеннымъ множителемъ, то есть такимъ, которой состоитъ изъ многихъ знаковъ, никакой трудности учинить не можетъ. Напримѣръ, когда надлежитъ 4738 умножить симъ числомъ 358: то множитель 358 имѣетъ слѣдующія части, сперва 8, потомъ 50, а напослѣдокъ 300. Чего ради надлежитъ число 4738 сперва умножить 8ю, что произведетъ 37904; потомъ сіежъ число 4738 должно умножить числомъ 50, что учинитъ 236900; а напослѣдокъ оноежъ данное число надлежитъ умножить 300ми, что здѣлаетъ 1421400, которыя три произведенія надобно сложить слѣдующимъ образомъ:

```
  37904
 236900
1421400
-------
1696204
```

то сія сумма будетъ самое искомое произведеніе. Для большей способности подписываются особливыя оныя произведенія при самомъ умноженіи одно подъ однимъ, такъ чтобъ единицы стояли подъ единицами, десятки подъ десятками, сотни подъ сотнями, и такъ далѣе, дабы оныя тотчасъ въ одну сумму привесть можно было, какъ слѣдуетъ:

Мно-

Множимое число	4738
Множитель	358
	37904
	236900
	1421400
Произведеніе	1696204

А именно ставится сперва множитель подъ множимымъ числомъ, а подъ ними проводится черта. Потомъ умножается множимое число находящимися въ множителѣ единицами, а именно въ семъ случаѣ 8ю, а произведеніе подписывается подъ чертою, какъ то при умноженіи простыми числами выше показано было. Потомъ дѣлается умноженіе десятками множителя, какъ въ семъ примѣрѣ 50, въ которомъ случаѣ, по данному прежде правилу, на мѣстѣ единицъ ставится сперва цыфра, а потомъ умноженіе дѣлается 5 ю. Третіе, множимое число умножается сотнями, или въ семъ примѣрѣ 300 ми, причемъ на первыхъ двухъ мѣстахъ отъ правой руки, ставятся двѣ цыфры, а потомъ умноженіе дѣлается 3 мя. Ежели всѣ знаки прямо поставятся одинъ подъ однимъ, то будутъ такимъ способомъ во всѣхъ особливыхъ произведеніяхъ всякаго званія знаки находиться одинъ подъ однимъ, и сложеніе учинится тѣмъ способнѣе. И такъ когда всѣ особливыя произведенія найдены будутъ, то проводится подъ ними внизу черта, а потомъ оныя произведенія складываются

ются въ одну сумму, чрезъ что получается все искомое произведеніе. Для краткости можно оныя цыфры, которыя въ произведеніяхъ отъ большаго званія чиселъ происходящихъ съ правой руки писать надлежитъ, отставить, по тому что онѣ въ сложеніи ничего не производятъ, какъ отъ слѣдующаго видно.

```
    4738
     358
   -----
   37904
  23690
 14214
 -------
 1696204
```

Присемъ надлежитъ примѣчать, что произведеніе всякаго въ множителѣ отъ правой руки находящагося знака отъ того мѣста начинать надобно, гдѣ оной знакъ множителя стоитъ, которымъ умноженіе дѣлается; то есть, произведеніе перваго знака въ множителѣ отъ правой руки начинается отъ перваго мѣста, произведеніе втораго знака, начинается отъ втораго мѣста, а произведеніе третьяго знака начинается отъ третьяго мѣста, и такъ далѣе.

6) Когда два числа, какъ бы они велики ни были, надлежитъ между собою умножить: то оное число, которое вмѣсто множителя принимается,

ставится обыкновеннымъ образомъ подъ другимъ, а подъ нимъ проводится черта. Потóмъ умножается множимое число каждымъ въ множителѣ находящимся знáкомъ особливо, а произведенія подписываются подъ чертою, одно подъ однимъ. Но притомъ каждое изъ оныхъ произведеній надобно начинать отъ того мѣста съ правой руки, на которомъ стойтъ тотъ знакъ, которымъ множимое число умножается. Когда такимъ способомъ отъ всѣхъ знаковъ множителя происходящія произведенія найдутся, и вышепоказаннымъ образомъ одно подъ однимъ написаны будутъ: то проводится подъ ними еще черта, и всѣ оныя особливыя произведенія складываются въ одну сумму, которая даетъ искомое произведеніе.

Такимъ способомъ перемѣняется умноженіе наибольшихъ чиселъ въ умноженіе чиселъ простыхъ, которыя меньше 10. И въ семъ наипаче состоитъ способность ариѳметическихъ дѣйствій, чтобъ знать какъ можно тѣ дѣйствія, которыя дѣлаются наибольшими числами, приводить въ малыя числа, которыя и тому, кто Ариѳметикѣ не учился, не учинятъ никакой трудности.

Чего

чего ради къ умноженію довольно уже и того, ежели кто только простыя числа между собою умножать можетъ. Сіе показали мы выше сего довольно, отъ чего и основаніе всего дѣйствія, какъ оное здѣсь отъ насъ описано, ясно познавается. Но для полученія въ томъ совершенной твердости надобно наипаче всего къ тому привыкать, чтобъ числа надлежащимъ порядкомъ писать, такъ чтобъ всѣ тѣ, которыя надлежатъ до одного званія, поставлены были прямо одно подъ однимъ, дабы всѣ особливыя званія ясно видѣть можно было, и не произошло бы никакова замѣшательства. Впрочемъ хотя то все равно, которое изъ двухъ данныхъ для умноженія чиселъ вмѣсто множителя ни возмется, и поставится подъ другимъ: однакожъ лучше употреблять вмѣсто множителя меньшее число, то есть то, которое состоитъ изъ меньшаго числа знаковъ, и ставить оное подъ другимъ даннымъ числомъ, для того что такимъ способомъ выдетъ меньше особливыхъ произведеній, которыя надлежитъ складывать въ одну сумму. Особливыхъ произведеній бываетъ всегда столько, и слѣдовательно надобно всегда столько перечней складывать, сколько есть въ множителѣ знаковъ, кромѣ того, когда въ немъ одинъ или многіе знаки будутъ цыфры; о чемъ объявимъ мы послѣ. Теперь положимъ для изъ-

ясненія сего дѣйствія нѣсколько примѣровъ. На-
примѣръ когда надобно 835047 умножить
симъ числомъ 67894: то надлежитъ оба оныя
числа расположить такъ:

835047	Множимое число
67894	множитель
3340188	Произведеніе отъ 4хъ
7515423	Произведеніе отъ 9ти
6680376	Произведеніе отъ 8ми
5845329	Произведеніе отъ 7ми
5010282	Произведеніе отъ 6ти
56694681018	Произведеніе.

Въ семъ примѣрѣ умножается сперва множимое
число 4мя, какъ первымъ знакомъ множи-
теля, а происходящее отъ того произведеніе
пишется подъ чертою, такъ чтобъ первой
знакъ, то есть 8, стоялъ подъ 4. Потомъ
умножается множимое число вторымъ знакомъ
множителя, начиная произведеніе отъ втораго
мѣста, то есть чтобъ первой знакъ сего
втораго произведенія, а именно 3, стоялъ
подъ 9. Равнымъ же образомъ начинается и
произведеніе отъ 8, то есть полагая первой
онаго знакъ на третіемъ мѣстѣ подъ 8, и
такъ далѣе; какъ отъ самаго примѣра видѣть
можно. Напослѣдокъ складываются всѣ осо-
бливыя произведенія въ одну сумму, которая
даетъ искомое произведеніе.

Такимъ же образомъ дѣлаются и слѣдую-
щіе примѣры:

2

```
    23578
       13
   ------
    70734
   23578
   ------
   306514
```

```
   829357
       38
  -------
  6634856
 2488071
 --------
 31515556
```

```
    156274
       295
  --------
    781370
  1406466
  312548
  --------
  46100830
```

```
    734862
       567
 ---------
   5144034
  4409172
 3674310
 ---------
 416666754
```

```
         987654321
         123456789
        ----------
        8888888889
       7901234568
      6913580247
     5925925926
    4938271605
   3950617284
  2962962963
 1975308642
 987654321
------------------
121932631112635269
```

Но ежели въ множителѣ на какомъ ни будь мѣстѣ случится цыфра, то и все отъ нея происходящее произведенїе будетъ состоять изъ

изъ однихъ только цыфръ, ничего не значащихъ: по тому что всякое цыфрою умноженное число даетъ въ произведенїи ничто. Чего ради въ такомъ случаѣ, для краткости, все произведенїе отставливается, и начинается умноженїе слѣдующими знаками множителя. Но присемъ надлежитъ прилѣжно того смотрѣть, чтобъ всякое произведенїе, не смотря на отставленную цыфру, начиналось отъ того мѣста, на которомъ стоитъ тотъ знакъ множителя, отъ котораго оное произведенїе происходитъ, какъ то отъ слѣдующихъ примѣровъ видно.

58346	9348
201	3007
58346	65436
116692	28044
11727546	28109436

24680135
10203005
123400675
74040405
49360270
24680135
251811540805675

Но когда или въ множимомъ числѣ, или въ множителѣ, или въ обоихъ вмѣстѣ, въ концѣ отъ правой рукї будутъ находиться

цыфры;

цыфры: то служитъ въ такомъ случаѣ слѣдующее правило, по которому излишнее писанїе цыфръ оставлено быть можетъ.

10) Когда въ множителѣ, или въ множимомъ числѣ; или въ обоихъ, послѣднїе знаки къ правой рукѣ стоящїе будутъ цыфры: тогда всѣ оныя въ концѣ числа находящїяся цыфры отрѣзываются, и умноженїе дѣлается прочими оставшимися числами, а къ найденному произведенїю прикладывается отъ правой руки столько цыфръ, сколько оныхъ сперва отставлено было.

Когда множитель есть простое число, съ нѣсколькими притомъ находящимися цыфрами: тогда дѣлается умноженїе только простымъ числомъ, а къ произведенїю прикладывается столько цыфръ, сколько въ множителѣ подлѣ простаго числа находится. Основанїе сего объявили мы уже выше подъ нум. 7 которое есть такова состоянїя, что отъ онаго и сего предложенїя истинну доказать можно. А именно оное основанїе состоитъ въ томъ, что когда множитель есть такое число, которое происходитъ отъ умноженїя двухъ другихъ чиселъ: тогда истинное произведенїе получится: ежели множимое число умножено будетъ сперва одною частью множителя,

а потомъ сіе произведеніе умножится еще и другою частью онаго. Чрезъ части множителя разумѣю я здѣсь тѣ два числа, отъ которыхъ взаимнаго между собою умноженія множитель происходитъ.

Но понеже всякое число, при которомъ съ правой стороны находятся цыфры, есть произведеніе, которое происходитъ отъ умноженія самаго онаго числа 1цею съ приложенными при-ней столькимижъ цыфрами; какъ напримѣръ 230 есть произведеніе, которое происходитъ отъ умноженія 23 числомъ 10, или оба оныя числа, то есть 23 и 10, не что иное какъ тѣ части, отъ которыхъ взаимнаго между собою умноженія число 230 происходитъ; равнымъ же образомъ 478000 есть 478 разъ 1000: или произведеніе отъ умноженія обоихъ сихъ чиселъ происходящее: того ради, ежели какое ни будь данное число надобно будетъ умножить числомъ 478000, то надлежитъ оное сперва умножить только сими тремя знаками 478, а произведеніе еще 1000чею, что учинится, когда отъ правой руки къ первому произведенію приложатся три цыфры. Отъ сего слѣдуетъ, что оныя цыфры, которыя въ множителѣ отъ правой руки будутъ находиться, можно при умноженіи сперва отставить, и умножать только прочимъ оставшимся числомъ; а потомъ къ произведенію надлежитъ столько цыфръ отъ правой руки приложить, сколько оныхъ въ множителѣ сперва отставлено было. Такъ когда надобно 533

умно-

умножить симЪ числомЪ 24600: тогда умножай только первыми тремя знаками, а именно 246ю, и для того сіе число напиши подЪ 5339; а чтобЪ цыфры не позабыты были, то припиши также и ихЪ кЪ множителю, однакожЪ при самомЪ умноженіи на нихЪ не смотри, но положи ихЪ послѣ кЪ найденному произведенію слѣдующимЪ образомЪ:

```
     5 3 3 9
       2 4 6 0 0
   -------------
     3 2 0 3 4
   2 1 3 5 6
 1 0 6 7 8
 ----------------
 1 3 1 3 3 9 4 0 0
```

Также надлежитЪ поступать, когда и вЪ множимомЪ числѣ сЪ правой руки одна или нѣсколько цыфрЪ находятся: по тому что множимое число и множитель могутЪ между собою перемѣняться, и одно число можетЪ положено быть вмѣсто другаго. НапримѣрЪ, ежели случится 1345000 умножать числомЪ 48: то надобно сперва 48 умножить числомЪ 1345, а произведеніе, которое отЪ того умноженія произойдетЪ, надлежитЪ умножить еще 1000чею. Но понеже то все равно, хотя 48 умножены будутЪ числомЪ 1345, или число 1345 умножится 48ю: то надобно для краткости умножать 1345 меньшимЪ числомЪ 48, а кЪ найденному произведенію приложить три цыфры. Для ясности можно три оныя цыфры также поставить предЪ множимымЪ

 чи-

числомъ съ правой руки, чтобъ по окончанiи умноженiя можно было видѣть, сколько цыфръ къ произведенiю приложить надобно; какъ то отъ слѣдующаго умноженiя видно.

```
 1345000
      48
--------
   10760
   5380
--------
64560000
```

Въ семъ примѣрѣ цыфры къ множимому числу хотя и приложены: однакожъ къ произведенiю приписаны онѣ ужѐ по окончанiи умноженiя. Но ежели какъ въ множимомъ числѣ такъ и въ множителѣ отъ правой руки будутъ находиться цыфры, то можно умноженiе дѣлать послѣдуя обоимъ вышеписаннымъ случаямъ. Такъ когда надобно умножать 1987000 слѣдующимъ числомъ 3700, то надлежитъ сперва умножать 1987000 числомъ 37, а къ произведенiю приложить двѣ цыфры. Но для умноженiя 1987000 числомъ 37 надобно по силѣ вышеписаннаго правила только 1987 умножить 37ю, а къ произведенiю приложить три цыфры. Чего ради для умноженiя обоихъ данныхъ чиселъ между собою, надлежитъ сперва цыфры въ обоихъ числахъ отставить, и умножать 1987 только 37ю, а потомъ къ найденному произведенiю прибавить пять цыфръ, то есть столько, сколько оныхъ въ множителѣ и въ множимомъ числѣ отставлено было. И хотя такiя въ концѣ чиселъ случающiяся цыфры прежде въ разсужденiе

жденіе не приходятъ, пока все умноженіе не кончится, однакожъ можно ихъ какъ при множимомъ числѣ такъ и при множителѣ оставлять; чтобъ тѣмъ способнѣе видно было, сколько цыфръ къ найденному произведенію должно прикладывать; какъ сіе слѣдующей примѣръ ясно представляетъ.

```
   1987000
      3700
   -------
   13909
   5961
   -------
   7351900000
```

Также, когда 54032000 надобно умножить числомъ 2540000, то находится произведеніе слѣдующимъ образомъ:

```
      54032000
       2540000
      --------
    216128
   270160
  108064
  ------------
  137241280000000
```

Въ окончаніе сея главы прилагаемъ мы здѣсь нѣсколько примѣровъ, отъ которыхъ можно видѣть, въ какихъ случаяхъ умноженіе употребляется.

Примѣры умноженія.

I. Оной великой кругъ, о которомъ мы себѣ

въ

въ мысли представляемъ, что онъ около всего земнаго глобуса обходитъ, раздѣляется на 360 градусовъ; а найдено что всякой градусъ содержитъ въ себѣ 105 россійскихъ верстъ: того ради спрашивается, сколько верстъ находится во всемъ земномъ окруженіи?

Отвѣчай: понеже всякой градусъ содержитъ въ себѣ по 105 верстъ; а окруженіе всея земли имѣетъ 360 градусовъ: то видно, что во всемъ земномъ окруженіи находятся 105 разъ 360 верстъ. Чего ради требуемое число верстъ найдется чрезъ умноженіе, когда 105 умножены будутъ числомъ 360, отъ чего выдетъ 37800 верстъ.

II. Простой годъ имѣетъ 365 дней; спрашивается сколько въ немъ часовъ?

Отвѣчай: понеже одинъ день, или сутки, содержатъ 24 часа: то 24 раза 365 часовъ учинятъ одинъ годъ. Чего ради искомое число часовъ найдется чрезъ умноженіе, когда 365 умножены будутъ 24мя; отъ котораго умноженія выдетъ 8760 часовъ.

III. Ежели бы нѣкоторое войско расположено было продолговатымъ квадратомъ, такъ чтобъ въ длину онаго квадрата стояло 156, а въ ширину 97 человѣкъ: спрашивается, изъ коликаго числа людей состояло бы въ такомъ случаѣ все оное войско?

Отвѣ-

Отвѣчай: понеже въ ширину стоитъ 97 человѣкъ: то находится, смотря по длинѣ, всѣхъ рядовъ 97, изъ которыхъ во всякомъ есть 156 человѣкъ. Чего ради состояло бы все оное войско изъ толикаго числа людей, которое происходитъ отъ умноженія 97 числомъ 156; то есть изъ 15132 человѣкъ.

ГЛАВА V.

О ДѢЛЕНІИ,

которое есть четвертое ариѳметическое дѣйствіе.

I.

Дѣленіе учитъ находить такое число, которое показываетъ, сколько разъ одно данное число содержится въ другомъ также данномъ числѣ. Или дѣленіе учитъ данное число на столько равныхъ частей раздѣлять, на сколько кто пожелаетъ, и притомъ показываетъ также и величину каждыя изъ оныхъ равныхъ частей.

Какъ умноженіе имѣетъ свое начало отъ сложенія, когда всѣ слагаемыя числа между со-

собою равны бывают: такЪ дѣленіе происходитЪ отЪ вычитанія. Понеже когда спрашивается, сколько разЪ одно число содержится вЪ другомЪ, то надобно только того искать, сколько разЪ оное число изЪ сего вычесть можно, пока ничего не останется. Чего ради дѣленіе есть не что иное, какЪ повторительное вычитаніе, вЪ которомЪ всегда тожЪ число изЪ остатка вычитается: и сколько разЪ оное число можетЪ вычтено быть, столько разЪ оно вЪ данномЪ числѣ содержится. ТакЪ, когда спрашивается, сколько разЪ 18 находится вЪ 72: то можно оное сыскать, ежели 18 столько разЪ изЪ 72 вычтено будетЪ, пока ничего больше не останется, и того ради 18 содержится вЪ 72 столько разЪ, сколько разЪ 18 вычесть можно. ЧрезЪ вычитаніе дѣлается сей примѣрЪ слѣдующимЪ образомЪ:

	72
1.	18
	54
2.	18
	36
3.	18
	18
4.	18
	0

Понеже когда 18 вычтется изЪ 72 однажды, то останется 54; когда вЪ другой разЪ

18

18 вычтется изъ 54, то останется еще 36; когда втретiе вычтется 18 изъ 36, то останется 18; а когда 18 вычтется вчетвертые, то ничего не останется; отъ чего видно, что 18 содержится въ 72 четырежды: для того что когда 18 изъ 72 четырежды вычитается, то ужѐ ничего не остается. И понеже 18 въ 72 содержится четырежды, то слѣдуетъ, что четырежды 18 долженствуютъ учинить 72, что и умноженiемъ подтверждается. Равнымъ же образомъ видно и то, что ежели 72 раздѣлятся на 18 равныхъ частей, то всякая изъ оныхъ частей будетъ 4, для того что 4 взятыя осьмнатцатью дѣлаютъ 72. Чего ради обѣ отъ насъ на дѣленiе положенныя дефиницiи между собою согласны: по тому что сколько разъ одно число содержится въ другомъ, по стольку находится и единицъ во всякой части, когда сiе число на столько равныхъ частей раздѣлится, сколько оное первое число единицъ въ себѣ имѣетъ. Отъ сего можно видѣть еще и то, что дѣленiе можетъ къ умноженiю такъ примѣниться, какъ вычитанiе къ сложенiю. Понеже когда чрезъ сложенiе два числа̀ приведутся въ одну сумму, то вычитанiе показываетъ, какъ надлежитъ находить другое число, ежели сумма и одно изъ сложенныхъ чиселъ даны будутъ. Напримѣръ 27 и 44 дѣлаютъ вмѣстѣ 71: но ежели спросится, какое бы то число было, которое

съ 44 дѣлаетъ 71, то сей примѣръ будетъ надлежать до вычитанія. Понеже когда 44 вычтутся изъ 71, то найдется такое число, которое будучи сложено съ 44 дѣлаетъ 71, а именно 27. Но какъ вычитаніе противополагается сложенію, такъ и дѣленіе противопоставляется умноженію. Ибо умноженіе учитъ, какъ изъ двухъ между собою умножающихся данныхъ чиселъ надлежитъ находить произведеніе; а когда произведеніе и одно изъ умножающихся чиселъ даны будутъ, то учитъ дѣленіе, какъ другое изъ умножающихся чиселъ найти можно. Понеже когда спрашивается, сколько разъ одно число содержится въ другомъ, то ищется тогда такое число, которое будучи онымъ умножено сіе производитъ. Такъ когда спрашивается, сколько разъ содержится 12 въ 180: то сіе тожъ самое есть, будто бы требовали такого числа, которое будучи умножено 12тью производитъ 180. Такое число есть 15. для того что 15 взятое 12 разъ дѣлаетъ 180, и того ради 12 содержится во 180 пятьнатцатью? а когда 180 раздѣлится на 12 равныхъ частей, то будетъ всякая часть 15. Ежели же спрашивается сколько разъ одно число содержитъ въ себѣ другое, то сказывается что оное число на сіе надлежитъ раздѣлить. Такъ когда надобно 180 раздѣлить на 12, то сіе не что иное есть, какъ то чтобъ сыскать, сколько разъ 12 во 180 содержится.

2)

2) Когда одно число надлежитъ на другое раздѣлить, или когда спрашивается, сколько разъ одно число содержитъ въ себѣ другое: то оное, которое надобно раздѣлять на другое, или о которомъ спрашивается, сколько разъ оно другое число въ себѣ содержитъ, называется *число дѣлимое*; а другое оное число, на которое дѣлить надлежитъ, называется *дѣлитель*; причемъ то число, которое ищется, и которое долженствуетъ изъявлять сколько разъ дѣлитель въ дѣлимомъ числѣ содержится, называется *число частное*.

И такъ во всякомъ примѣрѣ дѣленія даны бываютъ два числа, дѣлимое и дѣлитель, и притомъ спрашивается, сколько разъ дѣлитель содержится въ дѣлимомъ числѣ. Но понеже частное число сіе показываетъ, то оно есть такое число, которое ищется, и для сысканія котораго потребны оныя правила, которыя въ дѣленіи предлагаются. А понеже мы прежде доказали, что частное число есть такое, которое будучи умножено дѣлителемъ производитъ число дѣлимое; того ради въ дѣленіи ищется частное, то есть такое число, которое будучи умножено дѣлителемъ производитъ дѣлимое. И такъ когда спра-

шивается, сколько разъ 12 содержится в
180, или когда по обыкновенному употреблені
говорятъ, что 180 надлежитъ раздѣлить н
12: то 180 есть число дѣлимое, а 1
дѣлитель. Искомое число, или частное, по
казываетъ притомъ сколько разъ 12 во 180
содержится, и есть такова состоянія, что
оно 12 разъ взятое производитъ 180. Отъ
сего можно легко познать, которыя числ
во всякомъ къ дѣленію предложенномъ примѣр
даны, и которое изъ нихъ есть дѣлитель,
а которое дѣлимое число. И сіе весьма
нужно, чтобъ прежде приступленія къ са
мому дѣленію предложенной примѣръ совер
шенно выразумѣть, и знать какъ данны
числа прямо называются, дабы съ оным
по нижеслѣдующимъ правиламъ поступать
можно было. Такъ ежели 12 человѣкъ хо
тятъ между собою раздѣлить 1728 руб
лей, и спрашивается, по скольку всякому
изъ тѣхъ денегъ достанется: то со
стоитъ сей вопросъ въ томъ, чтобъ по
казать оную сумму, которая на каждаго
изъ тѣхъ людей придетъ. Но сія сумма
есть такъ велика, что ежели она 12 разъ
взята будетъ, то надлежитъ произойти
1728. И такъ въ семъ примѣрѣ ищется
такое число, которое умноженное 12 ты
производитъ 1728. Чего ради надлежитъ сей
примѣръ до дѣленія, и число 1728 есть
число дѣлимое, 12 дѣлитель, а частное

число

число, которое дѣленïемъ сыскать надобно, показываетъ по скольку на всякаго человѣка достанется. Изслѣдовавъ сей примѣръ такимъ образомъ, можно не только то видѣть, что онъ надлежитъ до дѣленïя, но еще и то, которое число надобно принять за дѣлимое и которое за дѣлителя.

3) Надлежитъ примѣчать, что не всякое число можно раздѣлить на всякое другое, то дѣлимое число долженствуетъ быть такое, которое отъ умноженïя дѣлителя другимъ какимъ ни будь числомъ подлинно произойти можетъ. Ежели же дѣлимое число не таково, то въ цѣлыхъ числахъ, о которыхъ мы теперь только разсуждаемъ, того показать не можно, сколько разъ дѣлитель въ дѣлимомъ числѣ содержится. Чего ради въ такомъ случаѣ надлежитъ тѣмъ довольствоваться, чтобъ вмѣсто частнаго числа объявить ближайшее меньшее число, но притомъ надлежитъ примѣчать, сколько еще изъ дѣлимаго числа остается, въ которомъ остаткѣ дѣлитель содержатся уже не можетъ. Сïе число, которое отъ дѣлимаго числа

остается, называется также остатокъ, отъ такова дѣленія происходящей.

Въ семъ случаѣ имѣетъ дѣленіе опять сходство съ вычитаніемъ, и какъ то такъ и другое подлежитъ нѣкоторому изъятію, которое въ сложеніи и умноженіи не находится. Какова бы состоянія числа ни были, однакожъ можно ихъ всегда складывать и между собою умножать. А когда надлежитъ одно число изъ другаго вычитать, то должно оное число, которое вычитать надобно, того, изъ котораго вычитаніе дѣлается, быть меньше; инако остатокъ обыкновенными и намъ понынѣ знаемыми числами изображенъ быть не можетъ; то есть то число, изъ котораго надобно вычитать, долженствуетъ быть сумма состоящая изъ вычитаемаго числа и остатка. Равнымъ же образомъ понеже дѣленіе противополагается умноженію, и искомое частное число това состоянія быть долженствуетъ, чтобъ оно будучи умножено дѣлителемъ произвело число дѣлимое: то дѣлимое число должно быть такое, которое отъ умноженія дѣлителя другимъ какимъ ни будь числомъ подлинно произойти можетъ. А когда дѣлимое число не таково, то частнаго числа такими числами, о какихъ мы теперь разсуждаемъ, изобразить не можно, но къ тому требуются ломаныя числа, или до-

доли, которыхъ свойство теперь еще за неизвѣстное полагается, а истолковано будетъ въ слѣдующемъ. Въ рассужденіи сихъ ломаныхъ чиселъ или долей тѣ числа, о кото ыхъ мы по сїе время говорили, называются цѣлыя числа; и того ради сказываемъ мы, что частное число не всегда цѣлыми числами изображено быть можетъ. Отъ сего слѣдуетъ, что примѣры дѣленія случаются двоякіе: первые изъ нихъ такова состоянія, въ которыхъ частное число можетъ означено быть цѣлыми числами; а другіе такіе, въ которыхъ частное число цѣлыми числами изображено быть не можетъ. Чего ради въ примѣрахъ перваго рода должно дѣлимое число быть такое произведеніе, котораго одна часть есть самой дѣлитель. Такой примѣръ есть, когда 182 надобно раздѣлить на 13, по тому что тогда частное число есть 14, и 182 происходитъ отъ умноженія 13ти числомъ 14. О такихъ примѣрахъ говорится, что дѣлимое число на дѣлителя можно подлинно раздѣлить; такъ можно 72 раздѣлить на 8, по тому что 8мью 9 дѣлаютъ 72. Примѣръ до другова рода надлежащей есть, когда 13 надобно раздѣлить на 3, для того что никакова изъ цѣлыхъ чиселъ назначить не льзя, которое бы будучи умножено 3мя дѣлало 13, по тому что 3 умноженное 4мя производитъ 12, а 3 умноженное 5тью производитъ 15; чего ради

прямое частное число въ семъ примѣрѣ есть больше нежели 4, а меньше нежели 5, и слѣдовательно никакимъ цѣлымъ числомъ оно изображено быть не можетъ. Но понеже теперь еще не время разсуждать о ломаныхъ числахъ, то надобно довольствоваться тѣмъ, чтобъ вмѣсто частнаго назначить такое число, которое къ нему ближе всѣхъ подходитъ, и притомъ бы примѣчать, чего еще не достаетъ. Напримѣръ въ томъ случаѣ, когда 13 надобно дѣлить на 3, хотя и можно сказать, что частное число есть 4, однакожъ несовершенно, потому что 4жды 3 дѣлаютъ только 12, а не 13, что разнствуетъ единицею; сія разность есть остатокъ послѣ такого дѣленія происходящій. Равнымъ же образомъ когда 101 надобно дѣлить на 12, то видно что 12 во 101 содержится больше нежели восемью, а меньше нежели девятью; но понеже всегда ближайшее меньшее число за частное принимается, того ради число частное въ семъ примѣрѣ должествуетъ быть 8, но восемью 12 дѣлаетъ только 96, которое число 101 меньше 5тью, то 5 въ семъ примѣрѣ есть остатокъ. Чего ради объявляемое въ такихъ примѣрахъ частное число есть такова состоянія, что когда оно умножится дѣлителемъ, а къ произведенію приложится остатокъ, то произойдетъ число дѣлимое. Но присемъ надлежитъ примѣчать, что такое

частное

частное число за праведное принято быть не можетъ: для того что когда праведное частное число умножится дѣлителемъ, то должно оно производить всегда число дѣлимое; а праведное частное число произошло бы тогда, ежели бы къ сему найденному частному числу прибавилось еще и то, что выдетъ, когда также и остатокъ на дѣлителя раздѣлится. Чего ради сказывается о такихъ примѣрахъ, что дѣлимое число на дѣлителя раздѣлено быть не можетъ, но что остается притомъ всегда нѣкоторой остатокъ. Однакожъ оной остатокъ долженъ быть всегда меньше дѣлителя; для того что когда бы онъ былъ больше, то бы и частное число можно было взять также больше.

4) Для разумѣнія и употребленія ниже слѣдующихъ правилъ, помощію которыхъ всѣ до дѣленія надлежащія задачи рѣшены быть могутъ, надобно прежде всего знать, какъ всѣ тѣ примѣры на память дѣлать можно, въ которыхъ дѣлитель меньше 10ти, и въ дѣлимомъ числѣ меньше десяти разъ содержится; а притомъ должно какъ частное число такъ и остатокъ, ежели которой послѣ дѣленія останется, показать; къ чему здѣсь надлежащее руководство подано будетъ.

Какъ въ сложенїи, вычитанїи и умноженїи надобно было знать всѣ дѣйствїя прежде дѣлать простыми числами, а потомъ приступить уже и къ самымъ правиламъ: также потребно то и въ дѣленїи. Но понеже дѣленїе противополагается умноженїю; а въ умноженїи должно было знать, какъ два такїя числа между собою умножать надлежитъ, которыя меньше 10ти: того ради надобно въ дѣленїи вѣдать, какъ со всѣми оными примѣрами поступать, въ которыхъ какъ дѣлитель такъ и частное число меньше 10ти: ибо что въ умноженїи было число множимое и множитель, то въ дѣленїи есть дѣлитель и число частное. Присемъ надлежитъ особливо примѣчать оное различїе, которое находится между тѣми примѣрами, въ которыхъ частное число можетъ прямо назначено быть, и между тѣми, въ которыхъ находится послѣ дѣленїя нѣкоторой остатокъ. Что до примѣровъ перваго рода касается, въ которыхъ истинное частное число подлинно находится, оные можно лехко познать и изъ таблицы умноженїя, ежели кто оную прямо въ памяти содержитъ. Понеже буде кто напримѣръ знаетъ, что 6тью 9 дѣлаютъ 54, то знаетъ онъ также и то, что 6 въ 54 содержится 9тью; и что 9 въ 54 находится 6тью. Однакожъ не смотря на то сообщаемъ мы здѣсь слѣдующую таблицу:

2 въ 2	содержится			1 жды
2 - 4	-	-		2
2 - 6	-	-		3
2 - 8	-	-		4
2 - 10	-	-		5
2 - 12	-	-		6
2 - 14	-	-		7
2 - 16	-	-		8
2 - 18	-	-		9

3 въ 3	содержится			1 жды
3 - 6	-	-		2
3 - 9	-	-		3
3 - 12	-	-		4
3 - 15	-	-		5
3 - 18	-	-		6
3 - 21	-	-		7
3 - 24	-	-		8
3 - 27	-	-		9

4 въ 4	содержится			1 жды
4 - 8	-	-		2
4 - 12	-	-		3
4 - 16	-	-		4
4 - 20	-	-		5
4 - 24	-	-		6
4 - 28	-	-		7
4 - 32	-	-		8
3 - 36	-	-		9

5 въ 5	содержится			1 жды
5 - 10	-	-		2
5 - 15	-	-		3
5 - 20	-	-		4
5 - 25	-	-		5
5 - 30	-	-		6
5 - 35	-	-		7
5 - 40	-	-		8
5 - 45	-	-		9

6 въ 6	содержится			1 жды
6 - 12	-	-		2
6 - 18	-	-		3
6 - 24	-	-		4
6 - 30	-	-		5
6 - 36	-	-		6
6 - 42	-	-		7
6 - 48	-	-		8
6 - 54	-	-		9

7 въ 7	содержится			1 жды
7 - 14	-	-		2
7 - 21	-	-		3
7 - 28	-	-		4
7 - 35	-	-		5
7 - 42	-	-		6
7 - 49	-	-		7
7 - 56	-	-		8
7 - 63		-		9

8 въ 8 содержится			1 жды	9 въ 9 содержится			1 жды
8 - 16	-	-	2	9 - 18	-	-	2
8 - 24	-	-	3	9 - 27	-	-	3
8 - 32	-	-	4	9 - 36	-	-	4
8 - 40	-	-	5	9 - 45	-	-	5
8 - 48	-	-	6	9 - 54	-	-	6
8 - 56	-	-	7	9 - 63	-	-	7
8 - 64	-	-	8	9 - 72	-	-	8
8 - 72	-	-	9	9 - 81	-	-	9

Въ сей таблицѣ находятся всѣ оные случаи, въ которыхъ какъ дѣлитель такъ и праведное частное число состоитъ изъ простыхъ чиселъ, то есть изъ такихъ, которыя меньше 10ти. Кто оную твердо выучитъ, тотъ будетъ въ состоянiи во всякомъ въ сей таблицѣ показанномъ случаѣ праведное частное число тотчасъ сказать. Напримѣръ ежели спросится, сколько разъ 7 содержится въ 56, то знающiй сiю таблицу тотчасъ скажетъ, что восемью. Но тѣхъ случаевъ, когда дѣлитель бываетъ 1, мы въ сей таблицѣ не объявили: по тому что 1 содержится во всякомъ числѣ столько разъ, сколько оное число само показываетъ. То есть, когда дѣлитель 1, то частное число всегда равно бываетъ числу дѣлимому. Сiе можно видѣть отъ умноженiя: для того, что понеже частное число умноженное дѣлителемъ должно производить число дѣлимое: то явно есть, что когда дѣлитель бываетъ

1,

1, тогда частное число должно равно быть числу дѣлимому. Напримѣръ, ежели бы 23 надлежало раздѣлить на 1, то было бы тогда частное число 23: для того что однажды 23 есть 23. Сего ради и говорятъ обыкновенно, что единица никакова числа не раздѣляетъ, по тому что самое дѣлимое число показываетъ тогда число частное. Также видно и то, что когда дѣлитель равенъ числу дѣлимому, тогда частное число долженствуетъ быть всегда 1: для того что всякое число содержится въ себѣ самомъ только однажды. Напослѣдокъ надлежало бы еще и сїе примѣчать, что когда дѣлитель есть ничто, или 0, тогда частное число есть безконечнаго величества: но понеже сей случай въ обыкновенномъ дѣленїи не приходитъ, то тѣмъ, которые учиться еще начинаютъ, о безконечныхъ количествахъ ничего предлагать не надобно. Чего ради приступимъ мы теперь къ примѣрамъ другаго рода, въ которыхъ праведное частное число цѣлыми числами изъявлено быть не можетъ, но только такое частное число показывается, которое къ праведному ближе всѣхъ подходитъ, съ изъявленїемъ находящагося притомъ остатка. А именно отъ прежде сообщенной таблицы дѣленїя видно, что находящїяся во второмъ ряду числа отъ верьха къ низу не порядкомъ слѣдуютъ, но что между ними всегда одного или нѣсколькихъ чиселъ не достаетъ. Чего ради ежели такое число,

ко-

которое въ таблицѣ не находится, но должно по порятку стоять между двумя которыми ни будь числами, во второмъ ряду вышепомянутой таблицы находящимися, надобно дѣлить на простое число: то праведнаго частнаго числа въ такомъ случаѣ назначить не можно, но вмѣсто онаго надлежитъ взять ближнее меньшее число, и показать находящейся притомъ остатокъ. Сіе дѣлается такимъ образомъ: надлежитъ сперва въ той части таблицы, въ которой данной дѣлитель стоитъ напереди, во второмъ ряду искать того числа, которое ближе всѣхъ къ дѣлимому подходитъ, но которое притомъ онаго есть меньше, а потомъ оное число изъ дѣлимаго вычесть, причемъ находящійся остатокъ покажетъ остатокъ дѣленія, а стоящее противъ того число въ третьемъ ряду дастъ число частное. Напримѣръ, когда спрашивается, сколько разъ 7 содержится въ 38, или когда 38 надлежитъ на 7 раздѣлить: то находится въ той части таблицы, въ которой 7 стоитъ въ переднемъ ряду, что 35, въ которомъ 7 содержится 5 тью, есть ближайшее число изъ тѣхъ, которыя 38ми меньше, а остатокъ есть 3, которой произойдетъ, когда 35 вычтется изъ 38. Чего ради ежели 38 на 7 раздѣлено будетъ: то выдетъ частное число 5, а остатокъ 3: для того что 5 тью 7 дѣлаютъ 35, къ которымъ ежели приложится

ится и остатокъ 3, то учинитъ все мѣстѣ 38. Но ежели кто сообщенную отъ асъ таблицу дѣленія твердо въ памяти содержитъ, тотъ можетъ тотчасъ видѣть, колько разъ дѣлителя взять надлежитъ, чтобъ произошло ближнее къ дѣлимому меньшее число. Оное число которое показываетъ колько разъ дѣлитель взятъ, есть частное исло, а когда сіе частное число умножится дѣлителемъ и произведеніе изъ даннаго дѣлимаго числа вычтется: то останется остатокъ дѣленія. Такъ напримѣръ когда надобно 59 раздѣлить на 8, то видно, что ежели 8 взято будетъ семью, произойдетъ самое ближнее меньшее число къ 59. Чего ради частное число въ семъ примѣрѣ есть 7, а остатокъ 3: для того что семью 8 дѣлаетъ 56, которое будучи вычтено изъ 59 даетъ въ остаткѣ 3. Но чтобъ тожъ здѣлать короткимъ способомъ, то говорится: 8 въ 59 содержится семью, семью 8 дѣлаютъ 56, а 56 изъ 59 даютъ въ остаткѣ 3; что есть остатокъ дѣленія. И такъ ежели дѣлимое число будетъ дѣлителя больше, однакожъ меньше, нежели вдесятеро, а дѣлитель будетъ простое число: то такимъ образомъ можно легко найти какъ частное число, такъ и остатокъ. Напримѣръ, ежели надобно раздѣлить 87 на 9: то надлежитъ сей примѣръ до показаннаго случая: для того что 87 меньше, нежели 10тью 9:

И

И такъ должно сказать, что 9 въ 8 содержится 9тью; а понеже 9тью 9 д даютъ 81, то по вычетѣ 81, изъ 87 получится въ остаткѣ 6; и для того 9 въ сем примѣрѣ есть число частное, а 6 остаток Ежели же дѣлимое число случится меньше д лителя: тогда частное число будетъ о, а остатокъ равенъ числу дѣлимому. Так когда 4, надобно дѣлить на 7, то говорится тогда: 7 въ 4 не содержится ни однажды а ни однажды 7, или 7 умноженное цыфрою д даетъ ничего, или о, которая будучи вычтен изъ 4, даетъ въ остаткѣ 4: того ради остаток въ семъ примѣрѣ есть 4, а частное о.

5) Что прежде о дѣленіи сказан было, въ которомъ дѣлитель ест простое число, то надлежитъ свой ственно разумѣть о единицахъ. Т есть, когда дѣлимое число и дѣли тель значатъ единицы: то и найден ное частное число и остатокъ значат также единицы; но когда одинъ толь ко дѣлитель значитъ единицы, а дѣ лимое число показываетъ десятки или сотни, или тысячи, и прочая тогда найденное частное число и остатокъ должны показывать числ тогожъ званія, то есть десятки, ил сотни, или тысячи, и проч.

Си

Сила сего предложенія вкратцѣ состоитъ въ томъ, что какъ частное число такъ и остатокъ всегда значатъ количества такова званія, какова есть дѣлимое число; ежели дѣлитель состоитъ изъ однихъ только единицъ. Сіе такъ находится не только въ числахъ помянутыхъ званій, какъ въ десяткахъ, сотняхъ, и такъ далѣе, но и во всякомъ знаменованіи, какое бы дѣлимому числу придано ни было. Напримѣръ когда случится 69 рублей раздѣлить на 8 единицъ, тогда надлежитъ сказать 8 въ 69 содержится 8мью; а 8мью 8 дѣлаютъ 64, которые будучи вычтены изъ 69 даютъ въ остаткѣ 5; но понеже дѣлимое число значитъ рубли: тогоради 8 рублей есть число частное, а 5 рублей есть остатокъ. Ибо 8мью 8 рублей дѣлаютъ 64 рубли, да остатокъ 5 рублей, и того 69 рублей, которое есть самое дѣлимое число, какъ того свойство дѣленія требуетъ. Что въ семъ примѣрѣ сказано о рубляхъ, то надлежитъ разумѣть и о всякомъ знаменованіи, какое бы дѣлимому числу придано ни было. И такъ отъ сего можно уже довольно видѣть, что частное число и остатокъ должны имѣть всегда такое же имя, какое содержитъ дѣлимое число; чего ради о томъ, когда дѣлимое число значитъ десятки, или сотни, и прочія симъ подобныя званія, не надлежитъ тѣмъ наипаче сомнѣваться. И такъ, какъ 69 рублей, будучи раздѣлены на 8 единицъ, даютъ

въ

въ частномъ числѣ 8 рублей, а 5 рублей въ остаткѣ: такъ 69 десятковъ раздѣленные на 8 единицъ производятъ въ частномъ числѣ 8 десятковъ, а въ остаткѣ 5 десятковъ. Равнымъ же образомъ и 69 сотенъ, когда онѣ раздѣлятся на 8 единицъ, даютъ въ частномъ числѣ 8 сотенъ, а въ остаткѣ 5 сотенъ; что такимъ же образомъ и со всѣми прочими званіями дѣлается. Отъ сего видно, какъ надлежитъ большаго знаменованія числа, нежели какія въ вышепоказанной таблицѣ находятся, дѣлить на простыя числа. Напримѣръ, ежели надобно раздѣлить 2400 на 4: то говорю я, что 2400 тожъ есть, что 24 сотни, и того ради дѣлю 24 сотни на 4, и нахожу въ частномъ числѣ 6 сотенъ безъ остатку; и для того сказываю, что искомое частное число есть 600. А ежели надлежитъ раздѣлить 46000, то есть 46 тысячъ, на 7: то частное число будетъ состоять въ 6 тысячахъ, то есть въ 6000, причемъ 4 тысячи, то есть 4000 единицъ, будутъ находиться въ остаткѣ, которой остатокъ также на 7 раздѣленъ быть можетъ; но о семъ будемъ мы рассуждать въ слѣдующемъ.

6) Когда сложенное число, какъ бы оно велико ни было, надлежитъ раздѣлить на простое: то надобно всѣ его части, то есть всѣ особливыя

званія,

званія, изъ которыхъ оно состоитъ, дѣлить на дѣлителя, начиная отъ чиселъ бо́льшаго званія. Остатокъ, которой при всякомъ званіи чиселъ остается, перемѣняется въ число слѣдующаго ме́ньшаго званія и съ онымъ складывается; и такимъ образомъ продолжается дѣленіе до самыхъ единицъ, какъ до наименьшаго званія; причемъ всѣ оныя особливыя частныя чи́сла вмѣстѣ даютъ искомое частное число, а что при послѣднемъ дѣленіи остается, то есть остатокъ.

Какъ въ умноженіи искомое произведеніе находится, когда всѣ части множимаго числа̀ умножаются множителемъ, а пото́мъ всѣ оныя особливыя произведенія складываются вмѣстѣ: такъ и въ дѣленіи искомое частное число находится, когда всѣ части дѣлимаго числа̀ дѣлятся на дѣлителя, а пото́мъ всѣ оныя особливыя частныя чи́сла вмѣстѣ складываются. Ибо когда въ дѣленіи спрашивается, сколько разъ дѣлитель содержится въ дѣлимомъ: то сіе искомое частное число можетъ найдено быть, ежели кто знаетъ, сколько разъ дѣлитель во всякой части дѣлимаго числа̀ содержится, по тому что всѣ особливыя оныя частныя чи́сла вмѣстѣ даютъ цѣлое искомое частное число. Напримѣръ, ежели на-

 добно

добно 6903 раздѣлить на 3: то сїе дѣлимое число содержитъ въ себѣ слѣдующїя части: 6 тысячъ, 9 сотенъ, и 3 единицы. Первая часть, а именно 6 тысячъ, будучи раздѣлена на 3 даетъ въ частномъ числѣ 2 тысячи. Вторая часть, то есть 9 сотенъ, будучи раздѣлена на 3 даетъ въ частномъ числѣ 3 сотни; а послѣдняя часть, то есть 3 единицы, будучи на 3 раздѣлена даетъ 1 единицу въ частномъ числѣ. Всѣ оныя частныя числа вмѣстѣ содержатъ 2 тысячи, 3 сотни, и 1 единицу, то есть 2301, что показываетъ искомое частное число, которое происходитъ, когда 6903 раздѣлены будутъ на 3, причемъ въ остаткѣ ничего не находится. Хотя въ семъ примѣрѣ можно было всякую часть дѣлимаго числа дѣлителемъ нацѣло раздѣлить: однакожъ отъ онаго лехко познается, какъ должно и въ такомъ случаѣ поступать, когда при раздѣленїи особливыхъ частей дѣлимаго нѣчто остается. Понеже когда остатокъ происходящїй отъ дѣленїя каждой части дѣлимаго числа на дѣлителя еще не раздѣленъ, для того что еще не найдено сколько разъ дѣлитель въ немъ содержится: то оной надлежитъ перемѣнить въ число слѣдующаго меньшаго званїя и съ нимъ сложить, а потомъ все сїе вмѣстѣ раздѣлить на дѣлителя. И такимъ образомъ должно въ дѣленїи поступать отъ большихъ частей дѣлимаго числа къ меньшимъ частямъ, пока оное дойдетъ до самыхъ единицъ; и ежели при-

притомъ останется какой ни будь остатокъ: то оной будетъ уже подлинной остатокъ, которой вмѣстѣ съ частнымъ числомъ надлежитъ показать. Напримѣръ, ежели надобно число 8359 раздѣлить на 6, то должно начать отъ 8 тысячъ, какъ отъ наибольшія части дѣлимаго числа. Но понеже 8 тысячъ будучи раздѣлены на 6 даютъ въ частномъ числѣ 1 тысячу, а въ остаткѣ 2 тысячи, которыя надлежитъ также еще раздѣлить: того ради, чтобъ сїе дѣленїе подлинно учинить можно было, перемѣняются оныя въ остаткѣ находящїяся 2 тысячи въ 20 сотенъ, и прикладываются къ обрѣтающимся въ слѣдующемъ меньшемъ званїи дѣлимаго числа 3 сотнямъ, съ которыми онѣ вмѣстѣ дѣлаютъ 23 сотни, которыя будучи раздѣлены на 6 даютъ въ частномъ числѣ 3 сотни, а въ остаткѣ 5 сотенъ. Сей остатокъ, то есть 5 сотенъ, перемѣняется въ десятки, что дѣлаетъ 50 десятковъ; а понеже въ дѣлимомъ числѣ 5 десятковъ подлинно находятся: то оные 50 десятковъ вмѣстѣ съ тѣми 5 тью десятками дѣлаютъ 55 десятковъ, которые будучи на 6 раздѣлены даютъ въ частномъ числѣ 9 десятковъ, а въ остаткѣ 1 десятокъ. Сей 1 десятокъ дѣлаетъ 10 единицъ, которыя вмѣстѣ съ находящимися въ дѣлимомъ числѣ 9 единицами производятъ 19 единицъ, что будучи на 6 раздѣлено даетъ въ частномъ числѣ 3 единицы, а въ остаткѣ 1 единицу. А понеже единицы въ

чи́сла еще ме́ньшаго званія приведены быть не могутъ: того ради сія 1 единица есть подлинной остатокъ, и на 6 раздѣлена быть ужѐ не можетъ. Чего ради въ семъ примѣрѣ частное число есть 1393, а 1 есть остатокъ; и когда частное число 1393 умножится 6тью, и къ произведенію приложится 1, то есть остатокъ: то выдетъ дѣлимое число 8359. Отъ сего видно, для чего дѣленіе начинается отъ наибольшихъ званій и слѣдовательно отъ правой рукѝ, хотя прежнія дѣйствія начинались всѣ отъ ме́ньшихъ званій, или отъ лѣвой рукѝ. Сей примѣръ изъясняетъ основаніе и причину всѣхъ прежде истолкованныхъ ариѳметическихъ дѣйствій; но ежели кто для сысканія частнаго числа̀ и остатка хочетъ употребить одни только нужныя дѣйствія: то можно частное число и остатокъ сыскать гораздо скоряе слѣдующимъ образомъ:

$$
\begin{array}{l}
\quad\ 2\ 5\ 1 \\
6)\ 8\ 3\ 5\ 9\ (1 \\
\hline
\quad 1\ 3\ 9\ 3
\end{array}
$$

А именно сперва ставится дѣлимое число, а передъ нимъ дѣлитель. Внизу проводится черта, подъ которою частное число писать надлежитъ. Потомъ начинается дѣленіе отъ лѣвой рукѝ или отъ наибольшаго знаменованія дѣлимаго числа̀, говоря: 6 въ 8 содержится однажды, а въ остаткѣ 2; сія 1,

для

для того что она значитъ тысячи, ставится подъ чертою противъ числа 8, то есть на мѣстѣ тысячномъ, а остатокъ, которой въ семъ случаѣ есть 2, ставится надъ 8, и при продолженїи сего дѣленія почитается съ послѣдующими сотнями за 20. Къ тому прикладываются и находящїяся въ дѣлимомъ числѣ 3 сотни, которыя съ прежними 20 сотнями дѣлаютъ 23 сотни; какъ сїе и самое число ясно показываетъ. Потомъ надлежитъ сказать 6 въ 23 содержится трожды, а въ остаткѣ 5; сїе 3 пишется подъ чертою подлѣ прежняго числа къ правой рукѣ, а остатокъ 5 ставится надъ 3, которой вмѣстѣ съ 5 десятками дѣлимаго числа дѣлаетъ 55 десятковъ. Чего ради надлежитъ еще сказать: 6 въ 55 содержится девятью, а въ остаткѣ 1; и для того 9 пишется подъ чертою подлѣ 3, а остатокъ 1 ставится надъ десятками, то есть надъ 5. Сїе 1 вмѣстѣ съ слѣдующимъ 9 дѣлаетъ 19, которые будучи раздѣлены на 6 даютъ въ частномъ числѣ 3, а въ остаткѣ 1; чего ради 3 пишутся подъ чертою въ частномъ числѣ, а остатокъ 1 для того что онъ есть уже послѣдней, ставится позади дѣлимаго числа. Когда дѣленїе такимъ образомъ окончится: тогда найдется подъ чертою все частное число, а позади дѣлимаго числа остатокъ. Такимъ же образомъ здѣланы и слѣдующїе примѣры.

```
  1                 2 5 1
4) 1 3 6 2 8 (0   8) 3 4 9 7 3 (5
   ---------          ---------
   3 4 0 7            4 3 7 1
```

При первомъ изъ сихъ примѣровъ надлежитъ примѣчать, что понеже первой знакъ дѣлимаго числа отъ лѣвой руки, то есть 1, дѣлителя меньше, и того ради въ частномъ числѣ надлежало бы въ началѣ отъ лѣвой руки поставить 0, которая никакова знаменованія не имѣетъ: того ради первой сей знакъ дѣлимаго числа, то есть 1, прикладывается тотчасъ къ слѣдующему меньшему званію, съ которымъ вмѣстѣ дѣлаетъ онъ 13, а потомъ начинается дѣленіе. Таковажъ состоянія есть и другой примѣръ, въ которомъ дѣленіе начинается отъ 34 на 8. Но когда въ срединѣ или въ концѣ частнаго числа случится 0: то оную надобно конечно написать, чтобъ каждой знакъ частнаго стоялъ на надлежащемъ своемъ мѣстѣ. Сей случай приходитъ въ первомъ примѣрѣ, которой дѣлается слѣдующимъ образомъ: 4 въ 13 содержатся 3 жды, въ остаткѣ 1; чего ради 3 напиши подъ чертою, а 1 надъ 3 въ дѣлимомъ числѣ. Потомъ говори: 4 въ 16 содержатся 4 жды, въ остаткѣ ничего, и того ради напиши 4 подъ чертою. А понеже въ остаткѣ ничего не осталось: то надлежитъ сказать, 4 въ 2 не содержится ни однажды, и для того напиши въ частномъ числѣ 0. Но понеже оное 2 есть подлинной остатокъ: то возми сіе 2 вмѣстѣ съ послѣдующимъ числомъ

8,

8, что учинитъ 28, въ которомъ числѣ 4 содержится 7 мью, а въ остаткѣ притомъ нѣтъ ничего; и такъ все частное число есть 3407.

7) Когда дѣлитель есть простое число съ одною или съ нѣсколькими цыфрами, какъ напримѣръ 30, или 400, или 7000, и прочая: тогда можетъ дѣленїе такимъ же образомъ учинено быть, какъ простыми числами. Ибо въ такомъ случаѣ надобно только отъ дѣлителя отбросить цыфры, а отъ дѣлимаго числа̀ столькожъ знаковъ отъ правой рукѝ, а потомъ дѣлимое число дѣлить на простаго дѣлителя: то праведное частное число и найдется. Къ остатку, который послѣ дѣленїя происходитъ, надлежитъ приложить отнятые отъ дѣлимаго числа̀ съ правой рукѝ знаки, то получится такимъ образомъ и подлинной остатокъ.

Для изъясненїя сего дѣйствїя возмемъ мы число 156327, и станемъ дѣлить на 700. Чего ради отъ 700, какъ отъ дѣлителя, откинемъ прежде двѣ цыфры, а отъ дѣлимаго числа̀, то есть отъ 156327, два послѣднїе знака 27, и раздѣлимъ 1563 на 7 слѣдующимъ образомъ:

$$\begin{array}{l} \quad 1\ 2 \\ 7)\ 1\ 5\ 6\ 3\ (2 \\ \hline \quad 2\ 2\ 3 \end{array}$$

Чрезъ сie дѣленie находимъ мы, что искомое частное число есть 223 а остатокъ не 2, но 227: для того что къ найденному остатку 2 прикладываются отнятыя отъ дѣлимаго числа два знака 27. И такъ когда число 156327 раздѣлится на 700, то будетъ частное число 223, а остатокъ 227. Истинна сего познавается, когда частное число 223 умножится дѣлителемъ 700, а къ произведенiю приложится остатокъ 227, по тому что тогда предложенное дѣлимое число 156327 опять произойдетъ. Основанie сего дѣйствiя состоитъ въ томъ, что всегда одно частное число находится, когда дѣлитель и дѣлимое число оба умножены будутъ какимъ ни будь другимъ числомъ. Такъ ежели дѣлимое число и дѣлитель умножены будутъ 10тью, или 100нею, или 1000чею, или какимъ ни будь другимъ числомъ взятымъ по изволенiю: то найдется всегда тожъ самое частное число, которое происходитъ, когда одно только дѣлимое число на одного дѣлителя раздѣлится. Ибо когда частное число умноженное дѣлителемъ производитъ дѣлимое число: то тожъ частное число умноженное дѣлителемъ, которой прежняго вдесятеро больше, должно произвести вдесятеро большее дѣлимое число; а всотеро больщiй дѣлитель умно-

умноженный частнымъ числомъ производитъ всотеро большее дѣлимое число, итакъ далѣе; какъ сїе отъ умноженїя довольно извѣстно. А понеже въ предложенномъ примѣрѣ 1563 раздѣленные на 7 даютъ въ частномъ числѣ 223, а въ остаткѣ 2: того ради и сотью 1563, то есть 156300, раздѣленные сотью на 7, или на 700, дадутъ тожъ самое частное число, а именно 223; при чемъ и остатокъ, которой есть часть дѣлимаго числа, и на дѣлителя больше раздѣленъ быть уже не можетъ, будетъ также во 100 разъ прежняго больше, то есть не 2: но 200. Чего ради когда 156300 раздѣлятся на 700: то частное число будетъ 223, а остатокъ 200. Но понеже 156327 только двацатью семью больше нежели 156300; а оныя 27 на дѣлителя раздѣлены быть не могутъ: того ради помянутые 27, когда 156327 раздѣлятся на 700, остаются также въ остаткѣ, такъ что въ семъ случаѣ частное число 223 не перемѣняется, а остатокъ становится двацатью семью больше, то есть будетъ онъ 227. Доказанная въ семъ примѣрѣ истинна выше сообщеннаго правила служитъ и во всѣхъ другихъ примѣрахъ. А чтобъ при самомъ исчисленїи какова ни будь примѣра отброшенныя цыфры отъ дѣлителя, также и откинутые знаки отъ дѣлимаго числа всегда видны были: то ихъ не подлинно отбрасываютъ,

но отмѣчают только линѣйками, какъ то въ слѣдующемъ примѣрѣ показано.

```
            3 3 4
8|0 0 0) 2 7 5 6|3 8 9
```

Частное число. 3 4 4 Остатокъ. 4 3 8 9

Въ семъ случаѣ надлежитъ раздѣлить 2756389 на 8000, чего ради отъ 8000 откидываются три цыфры, а отъ дѣлимаго числа три послѣдніе знака, и дѣлятся только 2756 на 8, причемъ частное число находится 344, а остатокъ подлинно найденное число 4, или для откинутыхъ трехъ послѣднихъ знаковъ 4000, вмѣстѣ съ оными откинутыми знаками, а именно съ 389, такъ что весь остатокъ, которой въ семъ примѣрѣ находится, есть 4389. Отъ сего познается весьма лехкій способъ, какъ данныя числа надлежитъ дѣлить на 10, или на 100, или на 1000, и такъ далѣе, которой есть тотъ самой случай, въ которомъ передъ цыфрами находящееся простое число есть единица. Понеже когда отъ дѣлителя, по вышеписанному правилу, цыфры отоймутся: то надобно заданное число дѣлить только на 1; а для того что 1 дѣлимаго числа не перемѣняетъ, но производитъ частное число равное дѣлимому: то оставшіеся знаки дѣлимаго числа, по отнятіи отъ дѣлимаго толикаго числа знаковъ, сколько цыфръ при единицѣ находится въ дѣлителѣ, показываютъ самое

частное

частное число; а послѣдніе отъ дѣлителя отмѣченные знаки даютъ остатокъ. Такъ ежели надобно раздѣлить 76034820 на 10000, какъ слѣдуетъ:

1 | 0 0 0 0) 7 6 0 3 | 4 8 2 0

то 7603 есть частное число, а 4820 остатокъ.

8) Когда дѣлитель есть сложенное число: тогда дѣленіе дѣлается слѣдующимъ образомъ: Сперва отмѣчается въ дѣлимомъ числѣ отъ лѣвой рукѝ столько знаковъ, пока отмѣченное число будетъ больше дѣлителя, чтобъ оно на дѣлителя могло раздѣлиться. Потóмъ рассуждается сколько разъ дѣлитель въ семъ отмѣченномъ дѣлимомъ числѣ содержится, и сіе число подаетъ первой знакъ отъ лѣвой рукѝ въ частномъ числѣ. Сею частью частнаго числà умножается дѣлитель, а произведеніе изъ помянутыя отмѣченныя части дѣлимаго числà вычитается, и прикладывается къ остатку отъ правой рукѝ слѣдующей знакъ дѣлимаго числà. Пóслѣ рассуждается сколько разъ дѣлитель въ семъ числѣ содержится, а число которое сіе изъявляетъ,

вляетъ, пишется въ частномъ числѣ на второмъ мѣстѣ отъ лѣвой руки, то есть подлѣ найденной первой части частнаго числа. Сею частью умножается опять дѣлитель, а произведенiе изъ дѣлимаго числа вычитается. Къ остатку прикладывается отъ правой руки послѣдующей знакъ находящейся въ дѣлимомъ числѣ, съ которымъ также надлежитъ поступать, какъ выше объявлено, чрезъ что получится въ частномъ числѣ и третiй знакъ онаго. Такимъ образомъ продолжается дѣленiе со всѣми въ дѣлимомъ числѣ находящимися знаками, и сыскивается полное частное число; а то, что послѣ послѣдняго вычитанiя остается, есть остатокъ.

Дѣленiе на сложеннаго дѣлителя надлежитъ такимъ же образомъ дѣлать, какъ и на простаго дѣлителя; то есть въ обоихъ случаяхъ должни поступать одинакимъ образомъ и такимъ же порятком. Вся разность состоитъ только въ томъ, что при простомъ дѣлителѣ можно многiя исчисленiя дѣлать въ мысли, которыя при сложенномъ дѣлителѣ надобно дѣлать на бумагѣ. Напримѣръ, когда при простомъ дѣлителѣ каждой знакъ частнаго

числа

числа умножается дѣлителемъ, а произведеніе изъ надлежащей части дѣлимаго числа вычитается: тогда оба оныя дѣйствія, то есть умноженіе и вычитаніе, дѣлаются въ мысли; а ежели дѣлитель есть сложенное большое число: тогда какъ умноженіе частнаго числа дѣлителемъ, такъ и вычитаніе сего произведенія изъ дѣлимаго числа должно дѣлать на бумагѣ. Ясняе покажется сіе отъ слѣдующаго примѣра, въ которомъ число 178093 дѣлится на 23. Сперва надлежитъ сей примѣръ по обыкновенію написать такимъ образомъ:

Дѣлитель Дѣлимое число Частное число

```
23 ) 1 7 8 0 9 3 ( 7 7 4 3
     1 6 1
     -----
       1 7 0
       1 6 1
       -----
           9 9
           9 2
           ---
             7 3
             6 9
             ---
Остатокъ       4
```

Ежели дѣлителя почесть за простое число и дѣленіе дѣлать вышепоказаннымъ образомъ: то надлежитъ сперва взять три первые знака вмѣстѣ, а именно 178, и дѣлить ихъ на 23, по тому что одинъ первой знакъ, то есть 1, также и два первые знака, то есть 17, меньше дѣ-

дѣлителя и для того на него раздѣлены быть не могутъ. Сего ради надлежитъ искать того, сколько разъ 23 содержатся во 178, и сколько притомъ остается; что сперва надобно дѣлать отвѣдываючи, пока потребныя къ тому правила отъ насъ сообщены не будутъ. Но то можно тотчасъ увидѣть, что 23 во 178 не больше 7ми разъ содержатся: по тому что 8мью 23 дѣлаютъ уже 184, которое число больше нежели 178; чего ради сказывается, что 23 во 178 содержатся 7мью, и для того пишутся въ частномъ числѣ 7. А понеже 178 значатъ не единицы но тысячи, то и положенные въ частномъ числѣ 7 значатъ также тысячи; отъ чего можно тотчасъ видѣть, что въ частномъ числѣ послѣ 7 долженствуютъ быть еще три знака, то есть сколько оныхъ въ дѣлимомъ числѣ послѣ 178 слѣдуетъ. Теперь надлежитъ 23 умножить 7мью тысячами, что дѣлаетъ 161 тысячу, которыя ежели вычтутся изъ 178 тысячъ, то останется 17 тысячъ; сїе вычитанїе надобно дѣлать подлинно на бумагѣ. Оставшїяся здѣсь 17 тысячъ на 23 такъ раздѣлены быть уже не могутъ, чтобъ въ частное число отъ того вошла одна тысяча или больше, для того что 17 меньше нежели 23; чего ради надлежитъ оныя 17 тысячъ перемѣнить въ слѣдующее меньшее званїе, а именно въ сотни, которыя учинятъ 170 сотенъ. Ежели бы въ дѣлимомъ числѣ находились также нѣкоторыя

рыя сотни, то надлежало бы и оныя къ тѣмъ сотнямъ приложить; но понеже въ дѣлимомъ числѣ ни одной сотни нѣтъ, то надобно только оныя 170 сотенъ дѣлить на 23. А понеже 23 во 170 содержатся опять 7мью: то въ частномъ числѣ должно поставить 7 сотенъ на томъ мѣстѣ, которое сотнямъ прилично. Но 23 раза 7 сотенъ, или 23 умноженные 7мью сотнями дѣлаютъ 161 сотню, которыя будучи вычтены изъ 170 сотенъ даютъ въ остаткѣ 9 сотенъ; а оныя 9 сотенъ дѣлаютъ 90 десятковъ, которыя вмѣстѣ съ находящимися въ дѣлимомъ числѣ 9тью десятками сочиняютъ 99 десятковъ; что сыскивается безъ всякаго исчисленія, а именно ежели только къ остатку 9 приложатся 9 изъ дѣлимаго числа: то надлежитъ теперь сказать: 23 въ 99 содержится 4жды, по тому что пятью 23 дѣлаютъ ужѐ больше нежели 99, а именно 115. Оные 4 значатъ десятки, и пишутся въ частномъ числѣ на мѣстѣ десятковъ. А 23 раза 4 десятка дѣлаютъ 92 десятка, которые будучи вычтены изъ 99 даютъ въ остаткѣ 7 десятковъ. Напослѣдокъ оные 7 десятковъ дѣлаютъ 70 единицъ, которыя вмѣстѣ съ 3 единицами дѣлимаго числа сочиняютъ 73 единицы; или къ оставшимся 7 надобно только приложить отъ правой рукѝ 3; а 23 содержатся въ 73 только 3жды, что значитъ 3 единицы, которыя въ частномъ числѣ долженствуютъ

ствуютъ положены быть на послѣднемъ мѣстѣ, но понеже 3жды 23 дѣлаютъ только 69: то надлежитъ оныя 69 изъ 73 вычесть, послѣ котораго вычитанія происходящей остатокъ 4 есть подлинной остатокъ, которой отъ сего дѣленія остается. Чего ради найденное частное число есть 7743, а остатокъ 4. Отъ исчисленія сего примѣра можно лехко усмотрѣть, какъ при такихъ дѣленіяхъ поступать надобно. Но чтобъ притомъ не такъ много труда было, то предложимъ мы слѣдующія пра́вила, которыхъ основаніе отъ вышеобъявленнаго лехко познавается.

I. Когда спрашивается сперва сколько разъ дѣлитель содержится во всякой части дѣлимаго числа, чрезъ которое дѣйствіе, какъ отъ прежняго примѣра видно, находится всякая часть частнаго числа: то надлежитъ знать, что дѣлитель въ оныхъ частяхъ можетъ содержаться по крайней мѣрѣ только по 9 разъ, по тому что чрезъ такое дѣйствіе получается въ частномъ числѣ такое число, которое больше 9 быть не можетъ. Чего ради и чрезъ отъвѣдываніе не много времени потеряется, ежели дѣлитель прежде умноженъ будетъ всѣми простыми числами, дабы можно было тотчасъ увидѣть; которое произведеніе къ дѣлимому числу ближе всѣхъ подходитъ. Но когда дѣлимое число и дѣлитель состоятъ изъ весьма многихъ знаковъ, а притомъ и частное число также много знаковъ въ себѣ содержать будетъ: то уже и весьма полезно,

еже-

ежели всѣ произведенія дѣлителя умноженнаго простыми числами особливо запишутся, чрезъ что отъ многаго умноженія, которое при всякомъ дѣйствіи случается, можно избавиться. Въ малыхъ примѣрахъ, въ которыхъ сей трудъ кажется быть ненадобенъ, можно употреблять слѣдующей способъ. Сперва надлежитъ всѣ знаки дѣлителя, кромѣ перваго отъ лѣвой руки, представить себѣ такъ, бутто бы они состояли изъ однѣхъ только цыфръ, и разсуждать по силѣ прежняго 7го пункта, сколько разъ сей дѣлитель въ предложенной части дѣлимаго числа содержится. Потомъ надлежитъ первой знакъ дѣлителя представить себѣ единицею больше; и опять разсуждать, сколько разъ сей дѣлитель въ томъ же числѣ содержится. Но понеже изъ сихъ принятыхъ двухъ дѣлителей первой подлиннаго дѣлителя меньше, а второй больше: то и частное число по первому дѣлителю будетъ надлежащаго больше, а по второму меньше. Чего ради принимается за частное посредственное число, которое къ одному изъ означенныхъ частныхъ чиселъ, то есть къ бóльшему или къ мéньшему ближе подходитъ, по тому какъ праведной дѣлитель больше сходенъ съ мéньшимъ или съ бóльшимъ изъ принятыхъ дѣлителей. Симъ частнымъ числомъ отвѣдывается самое дѣленіе, и ежели оно будетъ еще или очень велико, или очень мало, то надобно тогда отвѣдать опять или мéньшимъ или бóльшимъ частнымъ числомъ. Такъ напримѣръ въ прежнемъ случаѣ, когда

 спра-

спрашивалось, сколько разъ 23 содержатся во 178, надлежитъ сперва 178 дѣлить на 20 или 17 на 2, а потомъ 178 на 30, или 17 на 3. Чего ради по дѣлителю, которой есть 20, будетъ частное число 8, а по дѣлителю которой есть 30, будетъ частное число 5. Но понеже прямой дѣлитель 23 подходитъ ближе къ первому дѣлителю: то и прямое частное число должно быть ближе къ 8 нежели къ 5; которое и подлинно найдено 7. А когда дѣлитель къ одному изъ двухъ принятыхъ чиселъ весьма ближе подходитъ, нежели къ другому: тогда надобно однимъ только ближнимъ числомъ и отвѣдывать; но съ такою осторожностію, что ежели меньшей дѣлитель ближе подходитъ, то частное число противъ подлиннаго бываетъ иногда только одною единицею больше, а въ другомъ случаѣ, то есть, когда большей дѣлитель къ праведному ближе подходитъ, бываетъ оно надлежащаго частнаго числа иногда единицею меньше. Чего ради принимаются въ такомъ случаѣ вмѣсто праведнаго дѣлителя такіе, которые состоятъ изъ простаго числа съ находящимися притомъ цыфрами, и оными дѣленіе, или больше сыскиваніе частнаго числа, для того что остатокъ тутъ еще не рассуждается, по прежнему 7му пункту также способно производится, какъ и простыми числами. Напримѣръ когда спрашивается, сколько разъ 319 содержатся въ 1268: то рассуждаю я только, сколько разъ въономъ числѣ содержатся 300, а числомъ 400 ужѐ и не отвѣдываю, для того

что

то 319 къ 300 гораздо ближе подходятъ, неже-ли къ 400. Но чтобъ сыскать, сколько разъ 300 содержатся въ 1268, то надлежитъ только то разсуждать, сколько разъ содержатся 3 въ 12, выдетъ 4жды; чего ради частное число будетъ въ семъ случаѣ 4, или уже по крайней мѣрѣ 3. Но когда спрашивается, сколько разъ 2976 содержатся въ 15873: то надобно вмѣсто дѣлителя принять только 3000, и для того 15 дѣлить на 3, то частное число 5 будетъ подлинное частное число. И такъ можно будетъ по сему руководству лехко найти, сколько разъ каждой данной дѣлитель содержится во всякой части дѣлимаго числа, чрезъ что и знаки, изъ которыхъ частное число состоитъ, способно находятся. Но частое упражненіе можетъ сей трудъ наибольше облегчить.

II. Но понеже такимъ образомъ можетъ учиниться, что частное число принято будетъ противъ надлежащаго единицею или больше или меньше: то можно сіе слѣдующимъ образомъ лехко узнать и исправить. А именно, когда частное число принято будетъ больше надлежащаго: то сіе тотчасъ объявится, ежели только дѣлитель онымъ умноженъ будетъ, по тому что тогда произведеніе учинится больше той части дѣлимаго числа, изъ которой оное вычесть надобно. А ежели сіе произведеніе выдетъ меньше той части дѣлимаго числа, такъ что вычитаніе можетъ способно учиниться, но остатокъ будетъ или

равенъ дѣлителю, или еще онаго больше то показываетъ сіе, что частное число вз то меньше надлежащаго, и что къ нему на добно еще единицу прибавить. И такъ по мощію сихъ правилъ можно отъ всякаго по грѣшенія способно остеречься.

9) Отъ сего слѣдуетъ для дѣлені сіе правило: Поставивши дѣлител передъ дѣлимымъ числомъ отмѣт въ дѣлимомъ числѣ отъ лѣвой рук столько знаковъ, сколько оныхъ имѣ етъ дѣлитель, ежели отмѣченное чи сло будетъ или равное дѣлителю или еще больше онаго; а ежели от мѣченные знаки въ дѣлимомъ числѣ бу дутъ содержать меньшее число, не жели какое показываетъ дѣлитель то отмѣть въ дѣлимомъ числѣ ещ одинъ знакъ. Потомъ рассуждай, сколь ко разъ дѣлитель въ семъ отмѣченном числѣ содержится, и оное число, ко торое сіе показываетъ, напиши в частномъ числѣ, какъ первый знак онаго отъ лѣвой руки. Симъ первым знакомъ частнаго числа умножь дѣли теля, а произведеніе вычти изъ того что въ дѣлимомъ числѣ отмѣчено. Къ остатку приложи изъ дѣлимаго чи

сл

ла слѣдующей знакъ послѣ тѣхъ, которые сперва въ дѣлимомъ отмѣчены были, и рассуждай опять, сколько разъ дѣлитель въ семъ числѣ содержится. Оное число, которое сїе показываетъ, дастъ второй знакъ частнаго числа. Симъ вторымъ знакомъ частнаго числа умножь опять дѣлителя, а произведенїе вычти изъ того числа, въ которомъ сей второй знакъ частнаго числа дѣлителемъ былъ исканъ. Къ остатку приложи слѣдующей знакъ изъ дѣлимаго числа. Потомъ рассуждай опять, сколько разъ дѣлитель въ семъ числѣ содержится, и поступай такимъ же образомъ, какъ выше показано, пока все частное число совершенно найдется. Что при послѣднемъ вычитанїи останется, то будетъ подлинной остатокъ, которой послѣ дѣленїя происходитъ.

Основанїе сихъ дѣйствїй доказано уже выше сего съ довольною ясностїю, и того ради предложимъ мы для большаго изъясненїя сего правила токмо нѣкоторые примѣры, отъ которыхъ употребленїе онаго видѣть можно. И такъ станемъ дѣлить сїе число 943769703 на 251, которое дѣленїе учинится слѣдующимъ образомъ:

Дѣлитель Дѣлимое число Частное число

```
251) 943|769703 (3760038
     753
     ----
     1907
     1757
     ----
      1506
      1506
      ----
           970
           753
          ----
          2173
          2008
          ----
```

Остатокъ 165

Понеже дѣлитель состоитъ изъ трехъ зна ковъ, того ради и въ дѣлимомъ числѣ отмѣ чаются только три знака, а именно 943 для того что сїе число дѣлителя есть уже больше. Въ семъ отмѣченномъ числѣ содер жится дѣлитель 3жды; чего ради въ частное число ставятся 3, какъ первый знакъ онаго и сими 3мя умножается дѣлитель, а произведе нїе 753 пишется подъ отмѣченнымъ числомъ и изъ онаго вычитается. Къ остатку 190 при кладывается изъ дѣлимаго числа слѣдующей знакъ послѣ отмѣченныхъ, а именно 7, и рас суждается сколько разъ дѣлитель въ 1907 содержится. И понеже въ семъ числѣ содер жится дѣлитель 7мью, того ради ставятся 7 въ частное число подлѣ перваго знака. Симъ вторымъ знакомъ частнаго числа 7 умножается опять дѣлитель, а произведенїе 1757 вычи

таетс

тается изъ 1907. Къ остатку 150 прикладывается изъ дѣлимаго числа слѣдующей знакъ, а именно 6, что вмѣстѣ дѣлаетъ 1506. въ семъ числѣ содержится дѣлитель 6тью, чего ради 6 ставится въ частное число, и умножается онымъ дѣлитель. Произведенїе, которое есть также 1506, вычитается изъ оныхъ 1506, причемъ въ остаткѣ за тѣмъ вычетомъ ничего не находится. Послѣдуя предложенному отъ насъ правилу сносится отъ дѣлимаго числа слѣдующей знакъ 9; но понеже такимъ образомъ получается только 9, въ которомъ дѣлитель не содержится ни однажды: того ради ставится въ частное число 0, то есть цыфра, которою ежели 251 умножатся, то въ произведенiи будетъ также только цыфра; а цыфра или 0, вычтенная изъ 9 даетъ въ остаткѣ 9: то сего и писать не надобно, но снесенное число 9 почитается тотчасъ за остатокъ, и прикладывается къ нему изъ дѣлимаго числа слѣдующей знакъ 7. Сей знакъ вмѣстѣ съ прежнимъ 9 дѣлаетъ 97, въ которомъ числѣ дѣлитель опять не содержится ни однажды; чего ради въ частное число ставится еще 0, а сїе число 97 учинится остаткомъ. Къ сему остатку прикладывается изъ дѣлимаго числа опять слѣдующей знакъ, а именно 0, и чрезъ то получается число 970, въ которомъ дѣлитель содержится ужѐ 3жды. Чего ради 3 ставятся въ частное число, а произведенїе происходящее отъ умноженiя дѣли-

теля 3 мя, то есть 753, вычитается изъ 970, причемъ въ остаткѣ находятся 217. Къ сему остатку прикладывается изъ дѣлимаго числа и послѣдней знакъ 3; а понеже дѣлитель 251 въ 2173 содержится 8 мью: то ставится въ частное число 8. Симъ знакомъ умножается дѣлитель 251, а произведенie 2008 вычитается изъ 2173, и получается послѣдней остатокъ 165. И такъ 165 есть остатокъ, а 3760038 искомое частное число. Сей примѣръ предложенъ для того, чтобъ можно было видѣть какъ цыфры, или 0, въ частное число входить могутъ, чтобъ кто не забывалъ вносить ихъ въ частное число. Ибо сколько разъ изъ дѣлимаго числа какой ни будь знакъ сносится, столько разъ надлежитъ въ частное число ставить нѣкоторой знакъ, хотябъ онъ изображалъ подлинное число или только цыфру. Сего ради число находящихся въ частномъ числѣ знаковъ должно всегда однимъ знакомъ быть больше тѣхъ, которые въ дѣлимомъ числѣ послѣ отмѣченныхъ остаются.

Ежели случится еще раздѣлить 25543000 на 827: то надлежитъ сie дѣлать слѣдующимъ образомъ:

```
Дѣлитель   Дѣлимое число   Частное число
 827) 2555|43000 (309000
      2481
      ----
       7443
       7443
       ----
        000
```

Хотя

Хотя въ семъ примѣрѣ дѣлитель состоитъ опять изъ трехъ знаковъ, однакожъ въ дѣлимомъ числѣ надлежитъ отмѣтить четыре знака: для того что находящіеся въ немъ первые три знака, а именно 255, содержатъ въ себѣ меньшее число, нежели какое показываетъ дѣлитель; чего ради надлежало бы въ частное число написать сперва 0, которая не значила бы въ немъ ничего, и слѣдовательно была бы она лишняя. И такъ ежели 2555 раздѣлятся на 827, то придутъ въ частное число 3, а въ остатокъ 74. Къ симъ 74 надлежитъ изъ дѣлимаго числа приложить слѣдующей знакъ 4, чрезъ что получится число 744, въ которомъ дѣлитель не содержится ни однажды; чего ради ставится въ частное число 0, а къ 744 прикладывается тотчасъ слѣдующей знакъ дѣлимаго числа, то есть 3. Въ сихъ 7443 содержится дѣлитель 9тью, и для того ставится въ частное число 9; а 9тью 827 дѣлаютъ 7443, то послѣ вычитанія ничего не остается. Потомъ надлежитъ снести слѣдующей знакъ дѣлимаго числа, то есть 0, которой въ частное число даетъ также 0; что и съ двѣмя послѣдними цыфрами дѣлимаго числа дѣлается. А понеже 0 умноженная дѣлителемъ производитъ также 0; и 0 изъ 0 вычтенная даетъ въ остаткѣ 0: то въ семъ дѣленіи остатокъ будетъ 0, а частное число 309000. Присемъ надлежитъ еще

 при-

примѣчать, что понеже дѣленіе на простое число съ приложенными притомъ нѣсколькими цыфрами такимъ же образомъ учинено быть можетъ, какъ и на одно только простое число, какъ о томъ въ 7момъ пунктѣ объявлено, то можно по тѣмъ же основаніямъ легко рассудить, что тожъ самое свойство имѣютъ и тѣ дѣлители, которые состоятъ изъ сложенныхъ чиселъ съ приложенными притомъ цыфрами. А именно можно такимъ же образомъ отъ дѣлителя отнять находящіяся при немъ цыфры, а отъ дѣлимаго числа столько знаковъ; сколько цыфръ отнято отъ дѣлителя, и искать потомъ частнаго числа; а остатокъ получится такъ, когда къ найденному послѣ сего дѣленія остатку приложатся отнятые отъ дѣлимаго числа знаки. Напримѣръ ежели случится раздѣлить 1307629 на 3700: то надлежитъ притомъ поступать слѣдующимъ образомъ.

Дѣлитель Дѣлимое число Частное число

37|00) 130|76|29 (353

111

197

185

126

111

Остатокъ 1529

Понеже сего руководства къ дѣленію довольно, и

и къ способному употребленїю въ самомъ дѣйствїи вышеобъявленныхъ правилъ ничего больше не требуется, какъ токмо частое въ томъ упражненїе: того ради предложимъ мы здѣсь нѣсколько примѣровъ, по которымъ можно видѣть, при какихъ случаяхъ дѣленїе употребляется,

Примѣры дѣленїя.

I. Девятнатцать человѣкъ должны между собою по равну раздѣлить 71098 рублей: спрашивается, по скольку достанется на каждаго человѣка?

Отвѣчай: понеже всякъ долженъ взять изъ оной суммы по равной части: то надлежитъ сїе число 71098 рублей раздѣлить на 19 равныхъ частей. Сїе учинится, когда 71098 раздѣлятся на 19, по тому что частное число покажетъ, по скольку рублей на каждаго человѣка достанется. Самое дѣленїе дѣлается слѣдующимъ образомъ:

```
19) 71|098(3742
    57
    ---
    140
    133
    ----
      79
      76
      --
       38
       38
       --
        0
```

Чего

Чего ради каждой изъ оныхъ людей получитъ по 3742 рубли, а въ остаткѣ ничего не будетъ, для того что предложенное въ семъ примѣрѣ число дѣлится нацѣло.

II. Нѣкоторой отецъ оставилъ по себѣ тремъ своимъ сынамъ 39690 рублей, которые должны они по силѣ учиненной отъ него духовной раздѣлить между собою такимъ образомъ, чтобъ большой сынъ взялъ вдвое противъ середняго, а середней вдвое противъ меньшаго: спрашивается, по скольку каждому изъ нихъ взять надлежитъ?

Отвѣчай: Понеже середней сынъ долженъ взять противъ меньшаго вдвое, а большой вдвое противъ середняго: то; когда меньшой сынъ возметъ свою долю, надобно будетъ взять середнему двѣ, а большему четыре такія же доли. Чего ради всѣхъ оныхъ долей, которыя между собою равны, есть 7, и для того всю послѣ онаго отца оставшуюся сумму надлежитъ раздѣлить на 7 равныхъ частей, изъ которыхъ одна часть достанется меньшему сыну, двѣ части середнему, а прочія четыре части достанутся большому сыну. Отъ сего видно, что oпую сумму 39690 рублей надлежитъ раздѣлить на 7, и тогда частное число, а именно 5670 рублей, дастъ

оное

оное число, которое должна содержать каждая изъ тѣхъ частей. Слѣдовательно достанется меньшому сыну 5670 рублей, середнему 11340 рублей, а большому 22680 рублей.

III. На нѣкоторое число солдатъ выдано было 748818 рублей, изъ которой суммы досталось на каждаго человѣка по 283 рубли: спрашивается, сколько числомъ было всѣхъ оныхъ солдатъ?

Отвѣчай: Понеже на каждаго человѣка досталось по 283 рубли: того ради, ежели 283 умножатся числомъ солдатъ, надлежитъ выпти данной суммѣ, а именно 748818 рублямъ. И такъ состоитъ сей вопросъ въ томъ, чтобъ сыскать такое число, которое будучи умножено 283мя производитъ 748818. Сїе находится чрезъ дѣленїе, а именно когда 748818 раздѣлятся на 283: для того что тогда частное число по вышеисполкованнымъ основанїямъ будетъ имѣть сїе свойство, что оно умноженное дѣлителемъ, то есть 283мя, дастъ дѣлимое или 748818. Чего ради для сысканїя числа оныхъ солдатъ надлежитъ только 748818 раздѣлить на 283, то частное число и покажетъ, сколько всѣхъ оныхъ солдатъ числомъ было; что дѣлается слѣдующимъ образомъ.

283) 748818 (2646
566
1828
1698
1301
1132
1698
1698
0

слѣдовательно число оныхъ солдатъ состояло въ 2646 человѣкахъ.

IV. Ежели кто хочетъ всю землю вкругъ объѣхать, тому надлежитъ совершить такой путь, которой содержитъ въ себѣ 132300000 Аглинскихъ футовъ; спрашивается, сколько же Аглинскихъ футовъ содержитъ въ себѣ одинъ градусъ, и сколько оныхъ находится въ одной Россійской верстѣ?

Отвѣчай: Окруженіе всея земли раздѣляется на 360 градусовъ. Чего ради, когда 132300000 раздѣлятся на 360, то частное число, которое есть 367500, покажетъ, сколько футовъ содержится въ одномъ градусѣ. А понеже притомъ извѣстно, что во всякомъ градусѣ считается по 105 Россійскихъ верстъ: того ради 367500, то есть оное число Аглинскихъ футовъ, которое сочиняетъ одинъ градусъ, надлежитъ раздѣлить на 105, и тогда частное

частное число, которое будетъ 3500, покажетъ, по скольку Аглинскихъ футовъ придетъ на каждую версту. И такъ одинъ градусъ земнаго окруженія содержитъ въ себѣ 367500 Аглинскихъ футовъ; а Россійская верста имѣетъ оныхъ футовъ 3500.

ГЛАВА VI.

О ЛОМАНЫХЪ ЧИСЛАХЪ и о ихъ свойствѣ вообще.

I.

Когда въ дѣленіи дѣлитель и дѣлимое число находятся въ такомъ состояніи, что дѣлимаго числа нацѣло раздѣлить не можно, но по окончаніи дѣленія еще нѣчто остается: тогда частное число, которое показываетъ сколько разъ дѣлитель содержится въ дѣлимомъ, называется *ломаное число*, или *дробь*.

Мы объявили уже въ прежней главѣ подъ нум. 3, что не во всякомъ дѣленіи искомое частное число, въ цѣлыхъ числахъ показано быть можетъ, но что иногда принуждены мы тѣмъ только довольствоваться, чтобъ

вмѣсто

вмѣсто частнаго числа̀ принять ближнее ме́ньшее число, и притомъ примѣтить, что послѣ дѣленїя находится въ остаткѣ. Чего ради и оное частное число, которое въ такихъ случаяхъ получается, за праведное почтено быть не можетъ; но притомъ надлежитъ рассуждать еще и происходящей изъ дѣлимаго числа̀ остатокъ, дабы о томъ совершенное понятїе имѣть можно было, сколько разъ дѣлитель содержится въ дѣлимомъ числѣ. Напримѣръ ежели надобно 17 раздѣлить на 5: то по пра́виламъ дѣленїя найдется, что частное число есть 3, и притомъ находится еще нѣкоторой остатокъ, а именно 2. Отъ сего видно, что 5 въ 17ти содержится больше 3хъ разъ, слѣдовательно и праведное частное число должно быть больше нежели 3. Ибо когда 5 въ 15ти содержится 3жды: то надобно чтобъ 5 въ 17ти содержалось конечно больше, нежели 3жды. Однакожъ 5 въ 17ти содержится и несовершенно 4жды, для того что то число есть 20, которое 5 въ себѣ 4 раза содержитъ. И такъ слѣдуетъ отъ сего, что праведное частное число, которое показываетъ сколько разъ 5 въ 17ти содержится, должно быть больше нежели 3, а меньше нежели 4. А понеже между 3 и 4 цѣлаго числа̀ нѣтъ: то и сїе частное число цѣлыми числами изображено быть не можетъ. Однакожъ оно есть нѣкоторое количество, или число, по

тому

тому что можно сказать, что сїе частное число больше нежели 3, а меньше нежели 4. Такїя то числа, которыя цѣлыми числами называться не могутъ, называются ломаныя числа, или дроби. Чего ради праведное частное число, которое показываетъ сколько разъ содержится 5 въ 17ти, есть число ломаное; то есть не цѣлое число; о которомъ мы, рассуждая откуда оно происходитъ, получаемъ притомъ и ясное понятїе, по тому что оно есть такое число, которое показываетъ, сколько разъ 5 содержится въ 17ти.

2) Дробь или ломаное число, то есть праведное частное число, которое происходитъ отъ дѣленїя, когда дѣлитель въ дѣлимомъ несовершенно нѣсколько разъ содержится, пишется такимъ образомъ: дѣлитель ставится подъ дѣлимымъ числомъ, а между ими проводится черта. Чего ради такимъ образомъ написанное ломаное число показываетъ, сколько разъ стоящее подъ чертою число содержится въ томъ, которое написано надъ оною чертою.

Понеже мы о ломаномъ числѣ малое нѣкоторое понятїе уже имѣемъ, по тому что оно есть

такое число, которое показываетъ сколько разъ данное нѣкоторое число содержится въ другомъ данномъ числѣ: то требуется, чтобъ мы такое ломаное число могли способно и изобразить. А для того что при всякомъ ломаномъ числѣ, по силѣ его начала или происхожденія, надлежитъ рассуждать два числа, а именно дѣлимое и дѣлителя: по тому что ломаное число показываетъ число частное, которое отъ такого дѣленія происходитъ: то онымъ двумъ числамъ надобно и въ писменномъ изображеніи находиться, которымъ ломаное число изъявляется. Сіе дѣлается вышепоказаннымъ образомъ весьма способно, а именно когда дѣлимое число ставится надъ дѣлителемъ, а между ими проводится черта. Отъ того познается также какъ начало или происхожденіе такъ и знаменованіе ломанаго числа: по тому что чрезъ то изъявляется частное число, которое происходитъ отъ раздѣленія верьхняго числа на нижнее. Такъ въ прежнемъ примѣрѣ, въ которомъ 17 на 5 раздѣлить надлежало, частное число, которое есть ломаное или дробь, пишется такимъ образомъ $\frac{17}{5}$. Чрезъ сіе изображеніе изъявляется ломаное число, и притомъ познается чрезъ то, какое оное ломаное число есть. А именно $\frac{17}{5}$ есть число ломаное, и показываетъ сколько разъ 5 содержится въ 17ти; или сіе ломаное число есть праведное частное число, которое происходитъ, когда 17 раздѣлятся на 5. Равнымъ

же

же образомъ когда 8 надлежитъ раздѣлить на 7: то частное число будетъ не цѣлое но ломаное число, которое пишется такъ: $\frac{8}{7}$. А $\frac{5}{3}$ значитъ такое частное число, которое происходитъ, когда число 5 раздѣлится на 3.

3) Для лучшаго сравненія дробей или ломаныхъ чиселъ съ цѣлыми надлежитъ примѣчать, что ежели единица или нѣчто цѣлое раздѣлится на столько равныхъ частей, сколько показываетъ стоящее подъ чертою число: то ломаное число изъявляетъ столько оныхъ частей, сколько показываетъ то число, которое стоитъ надъ чертою.

Хотя сей способъ представленія себѣ ломаныхъ чиселъ отъ прежняго кажется быть отмѣненъ: однакожъ онъ съ тѣмъ въ самомъ дѣлѣ имѣетъ совершенное сходство. Напримѣръ ломаное число $\frac{7}{4}$ по преждесообщенному о немъ понятію значитъ то частное число, которое происходитъ, когда 7 раздѣлятся на 4; а по сему описанію сказывается о немъ, что когда что ни будь цѣлое раздѣлится на 4 равныя части, то сіе ломаное число показываетъ и содержитъ въ себѣ 7 такихъ частей. Сходство сихъ двухъ различныхъ описаній ломаныхъ чиселъ и ихъ знаменованія можетъ доказано

зано быть слѣдующимъ образомъ. Понеже $\frac{7}{4}$ значитъ частное число происходящее отъ дѣленія 7 на 4: то показывается чрезъ то четвертая часть числа 7, по тому что 7 раздѣлить на 4, есть не что иное, какъ только то, чтобъ сыскать четвертую часть числа 7. Отъ сего видно, что всякое ломаное число не что иное значитъ, какъ только такую часть верьхняго числа, какую показываетъ нижнее подъ чертою стоящее число; отъ чего происходитъ опять новый способъ понятія, по которому мы себѣ знаменованіе ломаныхъ чиселъ представляемъ. Для изъясненія сего возмемъ опять прежней примѣръ $\frac{7}{4}$. И такъ понеже 7 есть всемеро больше единицы: то и четвертая часть числа 7 должна быть всемеро больше четвертой части единицы. Чего ради когда 1 раздѣлится на 4 равныя части, то одна изъ тѣхъ частей будетъ четвертая часть единицы, и слѣдовательно $\frac{7}{4}$ всемеро больше одной такой части. Отъ сего слѣдуетъ, что ломаное число $\frac{7}{4}$ значитъ семь такихъ частей, которыхъ 4 дѣлаютъ нѣчто цѣлое или одну единицу. И такъ можно отъ сего примѣра легко понять, что всякое ломаное число, когда единица или нѣчто цѣлое раздѣлится на столько равныхъ частей, сколько показываетъ нижнее число, содержитъ въ себѣ столько оныхъ частей, сколько изъявляетъ верьхнее надъ чертою стоящее число; отъ

отъ чего разумѣется также и то, что сей способъ представленія себѣ ломаныхъ чиселъ съ прежнимъ имѣетъ совершенное сходство.

4) Когда ломаное число вышеобъявленнымъ образомъ напишется: тогда надъ чертою стоящее число называется *числитель*, а то, которое подъ чертою поставлено, *знаменатель*, и притомъ всякое ломаное число выговаривается такъ: сперва произносится числитель, а потомъ знаменатель, и съ нимъ соглашается еще слово *часть*. Напримѣръ, сіе ломаное число $\frac{5}{12}$ выговаривается, пять двенатцатыхъ частей.

Въ рассужденіи происхожденія ломаныхъ чиселъ изъ дѣленія верьхнее число есть дѣлимое, а нижнее дѣлитель. Но вышеобъявленное названіе утверждается на сообщенномъ въ 3 пунктѣ свойствѣ ломаныхъ чиселъ, а именно что всякое ломаное число, когда единица или нѣчто цѣлое на столько равныхъ частей раздѣлится, сколько нижнее число показываетъ, содержитъ такихъ частей въ себѣ столько, сколько верьхнее число изъявляетъ. И такъ понеже верьхнее число показываетъ, сколько такихъ частей въ ломаномъ числѣ находится: то оно по тому праведно и называется числителемъ. А нижнее число имѣетъ для того имя знаменателя.

нашеля, что оно свойство тѣхъ частей знаменуетъ, изъявляя сколько такихъ частей содержится въ цѣломъ. Такъ въ семъ ломаномъ числѣ $\frac{7}{10}$ верьхнее число 7 есть числитель, а нижнее 10 есть знаменатель. А понеже содержанїе сего ломанаго числа представляется такимъ образомъ, что ежели бы единица или нѣчто цѣлое раздѣлено было на 10 равныхъ частей, то бы оно такихъ частей содержало въ себѣ 7: того ради можно оное и словами такъ выговорить: седьмь десятыхъ частей цѣлаго. Въ семъ случаѣ представляется единица раздѣленная на десять равныхъ частей, изъ которыхъ одна часть есть десятая часть цѣлаго; а седьмь такихъ частей, то есть сколько оныхъ ломаное число $\frac{7}{10}$ въ себѣ содержитъ, не что иное какъ 7 десятыхъ частей цѣлаго. Но послѣднее слово *цѣлаго*, для того что оно при всѣхъ ломаныхъ числахъ случается, краткости ради оставляютъ, и такимъ образомъ сїе ломаное число $\frac{7}{10}$ называется седьмь десятыхъ частей, или, что тожъ самое есть, седьмь десятинъ. Равнымъ же образомъ сїе ломаное число $\frac{15}{28}$ называется пятнатцать дватцать осьмыхъ частей, а сїе, $\frac{3}{4}$, три четвертыя части, или три четверти. Когда числитель есть 1, тогда показываетъ ломаное число одну такую часть, которыхъ въ цѣломъ содержится столько, сколько изъявляетъ знаменатель. И такъ сїе ломаное число $\frac{1}{3}$ называется одна третїя часть, или одна треть; сїе $\frac{1}{4}$, одна четвертая

часть,

часть, или одна четверть; а сїе $\frac{1}{5}$, одна пятая часть, или одна пятина, и такъ далѣе. Ежели же знаменатель есть 2: то вмѣсто второй части выговаривается половина; такъ $\frac{1}{2}$ называется одна половина, $\frac{3}{2}$ три половины, и такъ далѣе. Отъ сего можно какъ писменное изображенїе такъ и произношенїе ломаныхъ чиселъ довольно выразумѣть; а чтобъ познáть содержанїе ломаныхъ чиселъ, то предлагается о томъ кромѣ того, что ужѐ выше сказано, слѣдующее:

5) Когда въ ломаномъ числѣ числитель меньше знаменателя: тогда и самое ломаное число меньше цѣлаго, или единицы. Когда числитель знаменателя больше: тогда и содержанїе ломанаго числа̀ есть больше единицы. А когда числитель равенъ знаменателю: тогда ломаное число содержитъ равно единицу, или одно цѣлое.

Истинну сего предложенїя можно лехко доказать отъ обоихъ оныхъ способовъ, по которымъ мы себѣ ломаныя чи́сла представили. Понеже какъ по силѣ перваго понятїя о ломаномъ числѣ значитъ оно праведное частное число, которое происходитъ отъ того, когда верьхнее число раздѣлится на нижнее: такъ отъ сего и то слѣдуетъ, что когда верьхнее число нижняго меньше, тогда

 нижнее

нижнее въ верьхнемъ и однажды не содержится, но еще меньше нежели однажды; чего ради частное число, то есть содержанïе ломанаго числа, должно быть въ такомъ случаѣ меньше единицы. Напримѣръ $\frac{3}{7}$ значитъ то частное число, которое происходитъ, когда 3 раздѣлятся на 7. Но понеже 7 въ 3 не содержится ни однажды, по тому что однажды 7 есть 7, что трехъ есть больше; а однакожъ 7 въ 3 содержится больше нежели 0 разъ, по тому что 0 разъ 7 есть 0, что трехъ есть меньше: слѣдовательно ломаное число $\frac{3}{7}$, или праведное частное число, которое происходитъ когда 3 раздѣлятся на 7, есть меньше единицы, а однакожъ больше цыфры. Равнымъ же образомъ видно, что когда верьхнее число больше нижняго, тогда нижнее въ верьхнемъ содержится больше нежели однажды, и слѣдовательно содержанïе ломанаго числа тогда есть больше единицы. Такъ $\frac{7}{5}$ есть больше нежели 1, по тому что когда 7 раздѣлятся на 5, тогда въ частномъ будетъ 1 и притомъ еще 2 останутся; чего ради частное число, то есть содержанïе ломанаго числа $\frac{7}{5}$, должно быть больше нежели 1. Также есть и такïя ломаныя числа, которыя больше нежели 2, 3, 4, и такъ далѣе; какъ напримѣръ $\frac{15}{4}$ есть больше нежели 3, а $\frac{30}{7}$ больше нежели 4, какъ то видно отъ дѣленïя. А что такое ломаное число, въ которомъ числитель равенъ знаменателю, содержитъ

ровно

ровно единицу, или 1, то ясно познается отъ того, что когда верьхнее число равно нижнему, тогда нижнее въ верьхнемъ содержится только однажды, и того ради праведное частное число есть 1. Напримѣръ $\frac{4}{4}$ есть тожъ, что 1: для того что $\frac{4}{4}$ есть частное число, которое происходитъ, когда 4 раздѣлятся на 4; но въ семъ дѣленіи частное есть 1 безъ остатку, и по тому $\frac{4}{4}$ есть тожь, что 1. равнымъ же образомъ есть и такія ломаныя числа, которыя содержатъ въ себѣ 2, 3, или другое цѣлое число. Такъ $\frac{6}{3}$ тожъ есть, что 2; $\frac{12}{4}$ тожъ, что 3. Но такія ломаныя числа свойственно ломаными числами называться не могутъ, для того что ихъ содержаніе можетъ изъявлено быть цѣлыми числами. Однакожъ, понеже они такимъ образомъ пишутся, какъ ломаныя числа; то называются они *мнимыя* или *неправедныя ломаныя числа*; а въ счетѣ употребляются такъ какъ и другія ломаныя числа. Такія мнимыя или неправедныя ломаныя числа всѣ тѣ, которыхъ знаменатель есть 1. Они содержатъ въ себѣ всегда такое цѣлое число, каковъ есть ихъ числитель: по тому что всякое число, которое дѣлится на 1, производитъ опять тожъ самое число. Такъ $\frac{7}{1}$ есть 7, а $\frac{13}{1}$ есть 13. Такимъ образомъ можно всякое цѣлое число написать на подобіе ломанаго числа, что въ исчисленіи долей часто потребно бываетъ. Все сіе, что мы отъ перваго

понятія о ломаныхъ числахъ ни произвели, слѣдуетъ также и отъ втораго о нихъ понятія, да еще и лехче. Понеже когда нѣчто цѣлое дѣлится на столько частей, сколько знаменатель ломанаго числа показываетъ; а самое ломаное число оныхъ частей столько содержитъ, сколько показываетъ числитель: то видно, что когда числитель равенъ бываетъ знаменателю, тогда и ломаное число столькожъ содержитъ частей, сколько оныхъ находится въ цѣломъ, и слѣдовательно тогда ломаное число равно бываетъ цѣлому. И понеже цѣлое содержитъ въ себѣ столько частей, сколько показываетъ знаменатель: то должно такое ломаное число, котораго числитель меньше знаменателя, быть меньше нежели 1; а такое ломаное число, котораго числитель больше знаменателя, должно быть больше нежели 1. Ибо въ первомъ случаѣ находится въ ломаномъ числѣ меньше частей, а въ другомъ больше, нежели сколько оныхъ къ цѣлому требуется.

6) Ломаное число, которое больше единицы, или въ которомъ числитель больше знаменателя, можетъ слѣдующимъ образомъ раздѣлено быть на двѣ части, изъ которыхъ одна есть цѣлое число, а другая ломаное, но меньшее единицы. А именно надлежитъ числителя раздѣлить на

знаме-

знаменателя, по сообщеннымъ въ дѣленіи правиламъ: то частное число дастъ одну часть, то есть цѣлое число, а остатокъ дастъ числителя къ другой ломаной части, къ которой надлежитъ взять прежняго знаменателя.

Для изъясненія сего предложенія положимъ мы въ примѣръ сіе ломаное число $\frac{20}{3}$, которое больше нежели 1, для того что числитель больше знаменателя. Чтобъ узнать сколько въ семъ ломаномъ числѣ содержится цѣлыхъ, и сверьхъ оныхъ какое еще ломаное число: то надлежитъ числителя 20 раздѣлить на знаменателя 3, и выдутъ въ частномъ числѣ 6 цѣлыхъ, а притомъ останутся еще 2. Сей остатокъ 2 даетъ числителя ломанаго числа, котораго знаменатель есть 3, а именно $\frac{2}{3}$. И такъ прежнее ломаное число $\frac{20}{3}$ есть тожъ, что 6 цѣлыхъ съ $\frac{2}{3}$, которое цѣлое число вмѣстѣ съ долями пишется такъ: $6\frac{2}{3}$, въ такомъ случаѣ ставятся доли или ломаное число послѣ цѣлаго числа, что вмѣстѣ называется *цѣлое число съ долями.* Чего ради $\frac{20}{3}$ тожъ есть что $6\frac{2}{3}$; равнымъ же образомъ $\frac{33}{7}$ есть то, что $4\frac{5}{7}$; а $\frac{51}{11}$ то что $4\frac{7}{11}$. Понеже когда 33 раздѣлятся на 7, то придетъ въ частное число 4 цѣлыхъ, а въ остатокъ 5, отъ котораго приложенныя притомъ

доли

доли $\frac{5}{7}$ происходятъ. А когда 51 раздѣлится на 11, тогда въ частное число выдутъ 4 цѣлыхъ и притомъ останутся еще 7, отъ чего дѣлается ломаное число $\frac{7}{11}$. Такимъ образомъ можно тотчасъ узнать, сколько въ ломаномъ числѣ содержится цѣлыхъ, и какія еще до того надлежатъ доли; то есть находится цѣлое число съ долями, которое вмѣстѣ съ оными долями столькожъ въ себѣ содержитъ, сколько оное ломаное число. И такъ получается чрезъ сіе дѣйствіе ясное понятіе о ломаномъ числѣ: по тому что такимъ образомъ познавается, сколько оно содержитъ въ себѣ цѣлыхъ чиселъ, и какія еще притомъ находятся въ немъ доли. Оныя къ такому числу приложенныя доли должны быть всегда меньше цѣлаго или единицы, для того что числитель сихъ долей есть остатокъ происходящей отъ дѣленія, которой всегда бываетъ меньше дѣлителя, которой притемъ употребляется за знаменателя. Чего ради познаніе каждаго ломанаго числа, которое цѣлаго или единицы больше, зависитъ отъ познанія ломаныхъ чиселъ, которыя единицы меньше, такъ что ежели кто ужѐ имѣетъ ясное понятіе о такихъ ломаныхъ числахъ, которыя единицы меньше, тотъ получаетъ въ тожъ самое время и о всѣхъ прочихъ ломаныхъ числахъ ясное понятіе. Такъ напримѣръ ежели кто знаетъ что значитъ $\frac{1}{3}$, тотъ познаваетъ также силу и сего ломанаго

числа

числа $\frac{10}{3}$, по тому что $\frac{10}{3}$ тожъ есть что $3\frac{1}{3}$, то есть 3 цѣлыя съ $\frac{1}{3}$. Потребно сïе къ изъясненïю и употребленïю даннаго правила; а основанïе, на которомъ оное правило утверждается, довольно явно есть отъ свойства ломаныхъ чиселъ, Понеже, когда содержанïе всякаго ломанаго числа есть не что иное какъ праведное частное число, которое происходитъ, когда верьхнее число или числитель раздѣлится на нижнее, то есть на знаменателя: того ради сïе содержанïе можно сыскать прямымъ дѣленïемъ. А чрезъ дѣленïе находится въ частномъ сперва цѣлое число, но которое частнаго числа совершенно въ себѣ не содержитъ, ежели притомъ еще и нѣкоторой остатокъ бываетъ Ибо для полученïя полнаго и совершеннаго частнаго числа надлежало бы еще и остатокъ раздѣлить на дѣлителя, а то что отъ сего дѣленïя произойдетъ, приложить къ найденному прежде частному числу; но сïе дѣленïе остатка на дѣлителя дѣлается посредствомъ ломанаго числа, въ которомъ остатокъ берется за числителя, а дѣлитель за знаменателя. И такъ праведное частное число въ такомъ случаѣ есть не что иное какъ найденное частное число въ цѣлыхъ числахъ вмѣстѣ съ оными долями, которыхъ числитель есть остатокъ а знаменатель дѣлитель, или самой знаменатель прежняго ломанаго числа. И понеже

неже всякое ломаное число не что иное есть какъ полное и совершенное частное число, которое происходитъ, когда числитель дѣлится на знаменателя, то оно равно также и найденному вышеписаннымъ образомъ чрезъ дѣленіе полному и совершенному частному числу; а именно чрезъ дѣленіе найденнымъ въ частномъ числѣ цѣлымъ числамъ вмѣстѣ съ тѣми долями, которыхъ числитель есть происшедшей при дѣленіи остатокъ, а знаменатель есть знаменатель прежняго ломанаго числа. Сіе есть основаніе вышеобъявленнаго правила, по которому ломаное число, которое больше единицы, перемѣняется въ цѣлое число съ приложенными притомъ долями.

7) Цѣлое число вмѣстѣ съ находящимися при немъ долями перемѣнится въ одно ломаное число, когда цѣлое оное число умножится знаменателемъ долей, а къ произведенію приложится числитель оныхъ долей: ибо сія сумма дастъ числителя искомаго ломанаго числа, а прежней знаменатель учинитъ знаменателя онаго.

Сіе дѣйствіе есть не что иное, какъ превращеніе прежняго: по тому что мы сперва показывали какъ надлежитъ ломаное число,

ежели

ежели оно больше единицы или цѣлаго, обратить въ цѣлое число съ долями; а здѣсь тожъ дѣйствїе превращается, и показывается какъ можно цѣлое число съ долями привести опять въ одно ломаное число. Польза обоихъ сихъ дѣйствїй состоитъ въ томъ, что первое подаетъ намъ, какъ уже объявлено, ясное понятїе о содержанїи или знаменованїи ломанаго числа, а другое весьма потребно въ слѣдующихъ до ломаныхъ чиселъ надлежащихъ дѣйствїяхъ, для которыхъ цѣлыя числа съ долями обыкновенно въ одно ломаное число перемѣнять надобно. И такъ вышеобъявленное правило состоитъ въ томъ, что ежели дано будетъ слѣдующее число съ долями $7\frac{2}{3}$, то есть цѣлое число 7 съ ломанымъ $\frac{2}{3}$, изъ котораго надобно здѣлать одно ломаное число: то надлежитъ 7 умножить 3мя, а къ произведенїю 21 прибавить 2, и тогда 23 будетъ числитель искомаго ломанаго числа, котораго знаменатель есть 3; то есть, оное ломаное число будетъ $\frac{23}{3}$. Что сїе ломаное число $\frac{23}{3}$ столькожъ въ себѣ содержитъ, сколько $7\frac{2}{3}$, то видно отъ прежняго предложенїя, по которому $\frac{23}{3}$ перемѣнются въ $7\frac{2}{3}$. А самое основанїе сего премѣненїя есть слѣдующее: Всякое число съ приложенными при немъ долями можно почесть за происходящее въ дѣленїи праведное частное число, въ которомъ знаменатель находящихся при цѣломъ числѣ долей есть дѣлитель, цѣлое число есть частное въ цѣлыхъ

числахъ,

числахъ, какое найдено въ дѣленіи, а числитель долей есть остатокъ. И такъ въ семъ дѣленіи надлежитъ только сыскать дѣлимое число, которое, ежели будетъ извѣстно, дастъ тотчасъ одно оное ломаное число, чрезъ которое изъявляется праведное частное число, то есть заданное цѣлое число съ долями; а именно дѣлимое число дастъ числителя, а дѣлитель дастъ знаменателя сего ломанаго числа. А изъ дѣлителя, изъ частнаго числа, и изъ остатка дѣлимое число находится, когда частное число умножается дѣлителемъ, а къ произведенію прикладывается остатокъ. Но понеже дѣлимое число даетъ числителя искомаго ломанаго числа: то найдется оной числитель, когда цѣлое число умножится знаменателемъ долей; а къ произведенію приложится числитель, а знаменатель сего ломанаго числа есть дѣлитель, то есть самый знаменатель приложенныхъ долей. Все сіе происходитъ отъ свойства дѣленія, и отъ того что прежде о сысканіи изъ остатка праведнаго частнаго числа сказано. И такъ по сему правилу познавается, что $2\frac{1}{3}$ тожъ есть что $\frac{7}{3}$: для того что дважды 3 дѣлаютъ 6, да 1 есть 7, что даетъ числителя одного ломаного числа, котораго знаменатель есть, такъ какъ и прежде 3. Равнымъ же образомъ $5\frac{3}{4}$ есть тожъ, что $\frac{23}{4}$: потому что четырежды 5 есть 20, да 3, есть 23. Такъ $128\frac{373}{320}$ тожъ

тожъ есть, что $\frac{41133}{320}$, какъ изъ приложеннаго при семъ самаго дѣйствія видно.

128		
320	знаменатель	всего ломанаго числа.
2560		
384		
173		
41133	числитель	

8) Содержаніе ломанаго числа не перемѣняется, когда какъ знаменатель такъ и числитель онаго какимъ ни будь числомъ умножены, или оба, то есть знаменатель и числитель, на какое ни будь число раздѣлены будутъ. И такъ видно отъ сего, что всякое ломаное число можно, не перемѣняя его содержанія, бесконечно многими образами представить.

Для изъясненія сего предложенія возмемъ мы въ примѣръ сіе ломаное число $\frac{2}{3}$. Когда его числитель и знаменатель умножены будутъ 2 мя, то произойдетъ отъ того сіе ломаное число $\frac{4}{6}$, которое въ рассужденіи своего содержанія отъ прежняго ломанаго числа $\frac{2}{3}$ ничѣмъ не разнствуетъ. Ежели тожъ ломаное число умножено будетъ 3мя: то произойдетъ сіе $\frac{6}{9}$, которое прежнему $\frac{2}{3}$ опять совершенно равно. И такъ ежели станемъ сіе ломаное число $\frac{2}{3}$ умножать 4мя, 5тью, 6тью, и такъ

 далѣе

далѣе: то произойдутъ отъ того умноженія слѣдующія ломаныя числа, $\frac{8}{12}$, $\frac{10}{15}$, $\frac{12}{18}$, и такъ далѣе, которыя всѣ тожъ въ себѣ содержатъ, что $\frac{2}{3}$. Равнымъ же образомъ и слѣдующія ломаныя числа: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{6}{12}$, и такъ далѣе между собою всѣ равны, и всякое изъ нихъ содержитъ въ себѣ одну половину.

И такъ можетъ всякое ломанoе число представлено быть бесконечно многими образами: для того что когда числитель и знаменатель будутъ умножаться всякимъ числомъ: то имѣетъ происходить всегда такое ломаное число, которое прежнему совершенно равно. Но такимъ образомъ, то есть чрезъ умноженіе, получаются всегда такія ломаныя числа, которыя состоятъ изъ большихъ чиселъ, нежели изъ какихъ состоитъ предложенное прежде умноженія ломаное число. А сіе уже извѣстно, что и изъ такихъ ломаныхъ чиселъ, которыхъ знаменатель и числитель состоятъ изъ великихъ чиселъ, можно находить опять тѣ, которыхъ знаменатель и числитель изображаются меньшими числами, и изъ которыхъ оныя чрезъ умноженіе произошли. Сіе дѣлается чрезъ дѣленіе, когда какъ знаменатель такъ и числитель на какое ни будь число раздѣлятся, ежели дѣленіе подлинно учинено быть можетъ. Ибо какъ изъ сего ломанаго числа $\frac{3}{5}$, когда числитель и знаменатель умножены будутъ числомъ 7, происходитъ $\frac{21}{35}$, такъ и изъ сего ломанаго числа $\frac{21}{35}$ получается опять прежнее $\frac{3}{5}$, когда

числи-

числитель и знаменатель на 7 раздѣлены будутъ. Отъ сихъ обоихъ способовъ перемѣненія ломаныхъ чиселъ въ другіе виды явно есть, что можно найти такія ломаныя числа, которыхъ числители и знаменатели состоятъ и въ большихъ и въ меньшихъ числахъ, нежели числитель и знаменатель даннаго ломанаго числа, и которыя притомъ данному прежде ломаному числу въ разсужденіи его содержанія совершенно равны. Первыя ломаныя числа, то есть тѣ, которыхъ числитель и знаменатель состоятъ изъ большихъ чиселъ, находятся чрезъ умноженіе, а другія, которыхъ числитель и знаменатель состоятъ изъ меньшихъ чиселъ нежели числитель и знаменатель даннаго прежде ломанаго числа, сыскиваются чрезъ дѣленіе. Но присемъ надлежитъ примѣчать, что обоихъ сихъ дѣйствій умноженія и дѣленія не должно за одно почитать съ умноженіемъ и дѣленіемъ самыхъ долей: ибо описаннымъ здѣсь образомъ доли, или ломаныя числа приводятся только въ другой видъ, а въ знаменованіи не дѣлается отъ того никакой отмѣны; а когда какое ломаное число надлежитъ или другимъ ломанымъ числомъ умножить, или на другое раздѣлить, тогда ищется такое ломаное число, которое бы было даннаго или больше, или меньше; чего ради такое умноженіе и дѣленіе самыхъ ломаныхъ чиселъ отъ того перемѣненія долей въ другіе виды весьма разнствуетъ, которое мы здѣсь описали. Для пока-

занія онаго основанія, по которому ломаное число не перемѣняя своего знаменованія другой видъ принять можетъ, надлежитъ рассуждать самое свойство ломаныхъ чиселъ. Но притомъ должно вопервыхъ примѣчать то, что ломаное число есть не что иное, какъ праведное частное число, которое происходитъ, когда числитель дѣлится на знаменателя. Отъ сего видно, что всякое ломаное число показываетъ, сколько разъ знаменатель содержится въ числителѣ. Но явно есть, что сколько разъ знаменатель ломанаго числа содержится въ числителѣ, столькожъ разъ и двойной знаменатель въ двойномъ числителѣ содержится; а слѣдовательно, столькожъ разъ находится и половина знаменателя въ половинѣ числителя. Сіе показываетъ, что ежели знаменатель и числитель какова ни будь ломанаго числа или умножатся 2мя, или на 2 раздѣлятся: то происходящее отъ того новое ломаное число будетъ имѣть такоежъ знаменованіе, какое имѣетъ и прежнее ломаное число. А понеже то, что сказано о числѣ 2, есть праведно: то можно легко рассудить, что тожъ самое какъ о числахъ 3, 4, такъ и о всякомъ другомъ числѣ можетъ разумѣться. Отъ сего слѣдуетъ и вышеобъявленное предложеніе, а именно, что ломаное число не перемѣняется, хотя его числитель и знаменатель какимъ ни будь по изволенію взятымъ числомъ или умножатся,

жатся, или на оное раздѣлятся. Для большаго изъясненія сего дѣйствія чрезъ умноженіе могутъ служить слѣдующіе примѣры.

$\frac{4}{7}$ значатъ столькожъ, сколько $\frac{8}{14}$, или сколько $\frac{12}{21}$, или сколько $\frac{16}{28}$. Также $2\frac{1}{3}$ тожъ есть, что $2\frac{2}{6}$, или $2\frac{3}{9}$: по тому что $\frac{2}{6}$, и $\frac{3}{9}$ тожъ значатъ, что $\frac{1}{3}$, а цѣлое число 2 при всѣхъ оныхъ доляхъ не перемѣняется. Равнымъ же образомъ 3 столькожъ значатъ, сколько $\frac{6}{2}$, или сколько $\frac{9}{3}$, или сколько $\frac{12}{4}$, и такъ далѣе: по тому что 3 тожъ есть, что $\frac{3}{1}$; а ежели числитель и знаменатель сего на подобіе дроби изображеннаго цѣлаго числа умножатся 2мя, или 3мя, или 4мя, то произойдутъ отъ того умноженія слѣдующія дроби $\frac{6}{2}$, $\frac{9}{3}$, $\frac{12}{4}$, которыя слѣдовательно равны числу 3. Отъ сего видно, что всякое цѣлое число можно обратить въ ломаное даннаго знаменателя имѣющее. Такъ ежели потребно будетъ такое ломаное число, которое бы равно было числу 5, а имѣло бы знаменателя 6: то надлежитъ сказать, что оное ломаное число есть $\frac{30}{6}$.

Для показанія примѣровъ сего дѣйствія чрезъ дѣленіе, надлежитъ взять такія ломаныя числа, которыхъ какъ числитель такъ и знаменатель на одно число раздѣлены быть могутъ, что не всегда случается. И того ради хотя умноженіе при всѣхъ ломаныхъ числахъ употреблено быть можетъ, однакожъ дѣленіе только при такихъ употреблять можно, въ которыхъ чи-

 слитель

слитель и знаменатель оба на одно число раздѣлены быть могутъ. И такъ ежели въ какомъ ни будь ломаномъ числѣ числитель и знаменатель на одно общее число не могутъ раздѣлиться: то онаго и чрезъ дѣленіе въ другой видъ привести и слѣдовательно ме́ньшими числами изобразить или уменшить не можно. Такое ломаное число есть $\frac{8}{15}$, по тому что нѣтъ никакого числа̀, которое бы и 8 и 15 дѣлило, и для того оно ме́ньшими числами изображено или уменьшено быть ужѐ не можетъ. Ибо хотя 1 или единица дѣлитъ какъ 8 такъ и 15: однакожъ симъ дѣленіемъ видъ ломанаго числа не перемѣнится. Ежели же бы случилось сіе ломаное число $\frac{36}{60}$: то видно, что какъ числителя та́къ и знаменателя, можно въ немъ раздѣлить на 2, чрезъ которое дѣленіе перемѣнится оно въ $\frac{18}{30}$. Въ семъ ломаномъ числѣ $\frac{18}{30}$ можно опять на 2 раздѣлить какъ числителя такъ и знаменателя, отъ чего произойдетъ $\frac{9}{15}$; а сіе $\frac{9}{15}$ есть еще такого состоянія, что въ немъ числителя и знаменателя можно раздѣлить на 3, отъ чего произойдетъ ломаное число $\frac{3}{5}$, которое слѣдовательно равно первому ломаному числу $\frac{36}{60}$. Послѣднее найденное здѣсь ломаное число, а именно $\frac{3}{5}$, можно бы было изъ перваго и вдругъ произвести, ежели бы усмотрѣно было, что числитель 36 и знаменатель 60 могутъ оба раздѣлены быть на 12. Ибо когда числитель и знаменатель сего ломанаго числа $\frac{36}{60}$ раздѣлятся на 12: то произойдутъ отъ того дѣле-

дѣленія $\frac{3}{5}$. Но понеже при семъ уменьшеніи, которое дѣлается дѣленіемъ, чрезъ которое ломаное число приводится въ меньшія числа, надлежитъ наипаче всего знать то, можно ли въ ломаномъ числѣ числителя и знаменателя раздѣлить на какое ни будь общее число; и изъ какого числа состоитъ оной дѣлитель: того ради покажемъ мы то въ слѣдующихъ правилахъ.

9) Чтобъ нѣкоторымъ образомъ можно было видѣть, льзя ли данное число на какое ни будь другое число раздѣлить: то надлежитъ примѣчать слѣдующія правила, которыя при уменьшеніи долей или ломаныхъ чиселъ весьма потребны.

1) На 2 могутъ всѣ тѣ числа раздѣлены быть, въ которыхъ послѣдней знакъ отъ правой руки дѣлится на 2.

2. На 4 можно раздѣлить всякое число, въ которомъ два послѣдніе знака отъ правой руки дѣлятся на 4.

3. На 8 можно дѣлить всѣ тѣ числа, которыхъ три послѣдніе знака отъ правой руки дѣлятся на 8.

4. На 5 можно раздѣлить такое число, котораго послѣдней знакъ отъ правой руки состоитъ или изъ 5, или изъ 0.

5. На 10 можно дѣлить только тѣ чи́сла, которыя на послѣднемъ мѣстѣ отъ правой руки́ имѣютъ 0.

6. На 3 можно раздѣлить всякое такое число, въ которомъ сумма всѣхъ знаковъ, оное число составляющихъ, дѣлится на 3.

7. На 9 можно раздѣлить такое число, въ которомъ также сумма всѣхъ знаковъ, оное число составляющихъ, дѣлится на 9.

8. На 6 могутъ всѣ тѣ чи́сла раздѣлены быть, которыя на 2 а притомъ и на 3 дѣлятся.

Но чтобъ узнать, дѣлится ли какое число на 7, или нѣтъ, на то лучшаго пра́вила дать не можно, какъ только что то надобно отвѣдывать чрезъ подлинное дѣленіе.

Основаніе сихъ пра́вилъ утверждается на принятомъ способѣ изображенія чиселъ единицами, десятками, сотнями, тысячами, и такъ далѣе: чего ради для бо́льшаго изъясненія не неполезно будетъ ихъ сходство съ самымъ дѣломъ пространнѣе показать, а особливо что они обыкновенно безъ всякаго доказательства предлагаются. И такъ разсуждаемъ мы всякое число, какъ сложенное изъ столькихъ частей, изъ сколькихъ знаковъ оно со-

состоитъ, такъ что одна часть содержитъ въ себѣ единицы, другая десятки, третія сотни, и такъ далѣе. Что до *перваго правила* касается, то надлежитъ разсуждать, что десятки, сотни, тысячи, и такъ далѣе, всѣ могутъ дѣлиться на 2. Чего ради ежели и единицы также могутъ на 2 раздѣлены быть: то ужѐ и все число на 2 раздѣлено быть можетъ; а сїе дѣлается всегда, когда послѣдней знакъ отъ правой рукй на 2 дѣлится, или когда онъ 0, или 2, или 4, или 6, или 8. На семъ основанїи утверждается также *четвертое* и *пятое правило*. Ибо десятки, сотни, тысячи, и такъ далѣе, могутъ сами по себѣ какъ на 5, такъ и на 10 дѣлиться; чего ради когда и единицы на 5, или на 10 раздѣлены быть могутъ, то и все число на оныя также можетъ раздѣлиться. А понеже послѣдней знакъ отъ правой рукй содержитъ въ себѣ единицы: то слѣдовательно такое число на 5, или на 10 можетъ раздѣлено быть, въ которомъ послѣдней знакъ отъ правой рукй на оныя чи́сла дѣлится; то есть для перваго случая, когда послѣдней знакъ состоитъ или изъ 5, или изъ 0, а для другаго, когда онъ состоитъ только изъ 0. Для доказательства *втораго правила* надлежитъ примѣчать, что всѣ сотни, тысячи, и такъ далѣе, могутъ раздѣлены быть на 4; чего ради ежели и десятки съ единицами также на 4 раздѣлиться могутъ: то и все число на 4 раздѣлено быть можетъ. А понеже

 два

два послѣдніе знака отъ правой руки содержатъ десятки и единицы: то слѣдуетъ отъ сего, что вся сила состоитъ только въ томъ, что два послѣдніе знака, или лучше сказать, число тѣми знаками изображенное, можно было раздѣлить на 4. Такъ можно на 4 раздѣлить число 1736, для того что 36 на 4 раздѣлены быть могутъ. Такоежъ свойство имѣетъ и *третїе правило*. Ибо ежели 1000 можно раздѣлить на 8, то и всѣ тысячныя также и вышшихъ званїй числа на 8 могутъ дѣлиться. Чего ради, когда въ какомъ ни будь данномъ числѣ сотни, десятки и единицы всѣ вмѣстѣ на 8 раздѣлены быть могутъ: то и все оное число на 8 раздѣлить можно будетъ; что въ такомъ случаѣ всегда дѣлается, когда отъ правой руки тремя последними знаками изображенное число дѣлится на 8. Такъ число 13896 можетъ на 8 раздѣлено быть, для того что 896 на 8 раздѣлить можно. Доказательство *шестаго* и *седьмаго правила* подлежитъ большщему затрудненїю, однакожъ можно оное учинить слѣдующимъ образомъ: Когда какое ни будь число десятковъ, или сотенъ, или тысячъ, и такъ далѣе на 3 или на 9 раздѣлено будетъ: то послѣ онаго дѣленїя столькожъ останется, сколько послѣ раздѣленїя на 3 или на 9 такогожъ числа единицъ. Такъ ежели 700 на 3 или на 9 раздѣлены будутъ, то послѣ сего дѣленїя столькожъ останется, сколько и послѣ раздѣленїя простаго числа 7 на 3, или на 9.

Чего ради, когда число изъ многихъ знаковъ состоящее на 3 или на 9 раздѣлено будетъ: то послѣ онаго дѣленія столькожъ останется, будто бы всѣ оные знаки значили только единицы, и всѣ бы оныя единицы вмѣстѣ на 3 или на 9 раздѣлены были. А понеже всякое число дѣлится на другое тогда, когда послѣ дѣленія ничего не останется: то и на 3 или на 9 можетъ раздѣлено быть всякое такое число, въ которомъ сумма всѣхъ знаковъ оное число составляющихъ на 3 или на 9 дѣлится. Такъ число 1737 можно раздѣлить и на 3 и на 9, для того что сумма всѣхъ знаковъ сїе число составляющихъ содержитъ въ себѣ 18, которое число и на 3 и на 9 раздѣлено быть можетъ. Ежели же случатся великїя числа, такъ что сумма знаковъ оныя числа составляющихъ также изъ нѣсколькихъ знаковъ состоять будетъ: то надобно и тѣ знаки, изъ которыхъ оная сумма состоитъ, также складывать. Такъ ежели бы кто хотѣлъ знать, можетъ ли слѣдующее число:

5 9 8 7 6 2 5 7 9 8 6 3 4

на 3 или на 9 раздѣлено быть: то надлежитъ всѣ знаки сего числа сложить въ одну сумму, которая имѣетъ быть 79. Знаки сего числа будучи сложены опять въ одну сумму производятъ 16; а понеже и 16 состоитъ еще изъ двухъ знаковъ: то надобно и ихъ также сложить, при чемъ выдетъ 7.

Отъ

Отъ сего видно, что ежели оное число на 3 или на 9 раздѣлено будетъ: то столькожъ послѣ онаго дѣленія останется, сколько послѣ раздѣленія 7 ми на 3 или на 9; а именно въ первомъ случаѣ останется 1, а въ другомъ 7. *Осьмое правило* слѣдуетъ отъ перваго и шестаго. Ибо ежели какое число дѣлится на двѣ, а притомъ и на три равныя части: то можно оное раздѣлить также и на 6 равныхъ частей. Напослѣдокъ надлежитъ примѣчать, что по всѣмъ вышепоказаннымъ правиламъ не только то познавается, можетъ ли какое число на такое въ правилѣ обьявленное число раздѣлено быть, или нѣтъ, но еще и сколько послѣ дѣленія останется, ежели оно на то число раздѣлено быть не можетъ; какъ сіе отъ послѣдняго примѣра, при которомъ мы числа 3 и 9 какъ дѣлителей рассуждали, довольно видно, хотя оно впрочемъ до нашего намѣренія и не касается, но въ другихъ случаяхъ великую пользу учинить можетъ. Ежели кто вышепоказанныя правила твердо въ памяти содержитъ, тотъ можетъ въ данномъ ломаномъ числѣ часто тотчасъ увидѣть, могутъ ли оба числа, то есть числитель и знаменатель, раздѣлены быть на одно какое ни будь число, и слѣдовательно можетъ ли то ломаное число перемѣнено быть въ другое, которое бы знаменованіемъ ему было равно, а состояло бы изъ меньшихъ чиселъ. Ибо къ познанію знаменованія ломаныхъ чи-

селъ

селъ то весьма способствуетъ, когда они изъ такъ малыхъ чиселъ состоятъ, какъ можно; и для того уменьшенiе долей, или ломаныхъ чиселъ къ полученiю о нихъ яснаго понятiя весьма потребно. Чего ради не неполезно будетъ предложить здѣсь нѣсколько примѣровъ, въ которыхъ ломаныя числа помощiю оныхъ правилъ уменьшаются.

1. Ежели предложено будетъ сiе ломаное число $\frac{122}{356}$: то видимъ мы по первому правилу, что въ немъ числителя и знаменателя можно раздѣлить на 2, для того что ихъ последнiе знаки, 2 и 6, на 2 дѣлятся. Чего ради когда числителя и знаменателя на 2 раздѣлимъ: то выдетъ сiе ломаное число $\frac{61}{178}$, которое равно прежде данному.

2. Ежели бы случилось сiе ломаное число $\frac{368}{1032}$: то по второму правилу можно тотчасъ видѣть, что въ немъ оба числа дѣлятся на 4, для того что въ нихъ два послѣднiе знака, а именно 68 и 32, также на 4 дѣлятся. Здѣсь можно еще употребить и третiе правило, по которому видно, что оба числа дѣлятся на 8, для того что въ нихъ три послѣднiе знака, а именно 368 и 032, то есть 32, на 8 раздѣлены быть могутъ. Чего ради когда числитель и знаменатель сего ломанаго числа на 8 раздѣлятся, то перемѣнится оно въ слѣдующее $\frac{46}{129}$. Но о второмъ и третьемъ правилѣ много стараться недлячего, для того что и чрезъ первое правило тожъ учинить

можно

можно. Такъ напримѣръ въ предложенномъ здѣсь ломаномъ числѣ $\frac{368}{1032}$ того уже довольно быть можетъ, когда видно что оба числа дѣлятся на 2, послѣ котораго дѣленія выходитъ сїе ломаное число $\frac{184}{516}$; но притомъ можно тотчасъ видѣть, что оба числа еще на 2 раздѣлиться могутъ, причемъ выдетъ $\frac{92}{258}$; а въ семъ ломаномъ числѣ можно какъ верьхнее такъ и нижнее число опять раздѣлить на 2, чрезъ которое дѣленїе получится найденное прежде ломаное число $\frac{46}{129}$.

3. Ежели случится сїе ломаное число $\frac{7350}{8900}$: то можно по пятому правилу тотчасъ видѣть, что въ немъ оба числа могутъ раздѣлены быть на 10, послѣ котораго дѣленїя выдетъ $\frac{735}{890}$. Но понеже въ семъ ломаномъ числѣ числитель кончится знакомъ, 5, а знаменатель знакомъ 0: того ради они оба могутъ по силѣ четвертаго правила раздѣлены быть на 5, чрезъ которое дѣленїе получится сїе ломаное число $\frac{147}{178}$ прежнему $\frac{7350}{8900}$ равное. Присемъ надлежитъ примѣчать, что тѣ ломаныя числа, въ которыхъ числитель и знаменатель дѣлятся на 10, и которыя слѣдовательно одну или нѣсколько цыфръ въ концѣ имѣютъ, наиспособнѣе такимъ образомъ уменьшены быть могутъ, когда вверьху и внизу по одной или по нѣсколько цыфръ отнимутся. Такъ напримѣръ $\frac{30}{50}$ тожъ значитъ что $\frac{3}{5}$, $\frac{120}{750}$ тожъ значитъ что $\frac{12}{75}$, $\frac{29000}{30000}$ тожъ значитъ что $\frac{29}{30}$.

4

4. Ежели бы предложено намъ было слѣдующее ломаное число $\frac{4623}{10368}$, которое надлежитъ уменьшить; а въ немъ оба числа ни на 2 ни на 5 ни на 10 раздѣлены быть не могутъ: то посмотримъ не можно ли ихъ раздѣлить на 3 или на 9, что по шестому и седьмому правиламъ дѣлается, а именно когда знаки, изъ которыхъ числитель и знаменатель состоятъ, порознь сложены будутъ. Находящїеся въ числителѣ знаки будучи сложены въ одну сумму, производятъ 15, а знаки знаменателя также въ одну сумму сложенные производятъ 18, отъ чего видно что оба оныя числа дѣлятся на 3, послѣ котораго дѣленїя произойдетъ слѣдующее ломаное число $\frac{1541}{3516}$.

Но хотя вышепоказанныя правила въ уменьшенїи ломаныхъ чиселъ и великую способность дѣлаютъ: однакожъ чрезъ оныя только то видѣть можно, дѣлятся ли оба числа на 2, на 3, на 5, или на 10, и слѣдовательно способомъ оныхъ правилъ такихъ долей уменьшать уже не можно, въ которыхъ они употреблены быть не могутъ. Чего ради предложимъ мы здѣсь другое правило, которое во всѣхъ случаяхъ показывать имѣетъ, какъ надлежитъ такое число находить, на которое оба числа, то есть числителя и знаменателя раздѣлить можно.

10) *Общей дѣлитель* двухъ чиселъ есть такое число, на которое

оба

оба числа раздѣлены быть могутъ; а *большой общей дѣлитель* есть самое большое изъ тѣхъ чиселъ, на которыя оба числа могутъ раздѣлены быть. Но чтобъ двухъ данныхъ чиселъ большаго общаго дѣлителя сыскать можно было, то надлежитъ примѣчать слѣдующее правило: Изъ двухъ данныхъ чиселъ раздѣли большое число на меньшое, или меньшое возми вмѣсто дѣлителя, а большое вмѣсто дѣлимаго; потомъ самаго дѣлителя дѣли на остатокъ, то есть, послѣ перваго дѣленія дѣлай второе, въ которомъ послѣ перваго дѣленія происшедшей остатокъ возми вмѣсто дѣлителя, а прежняго дѣлителя вмѣсто дѣлимаго числа; и такимъ образомъ продолжай дѣленіе, принимая всегда прежней остатокъ за дѣлителя, а прежняго дѣлителя за дѣлимое число въ слѣдующемъ дѣленіи, пока до такого дѣленія придешъ, которое окончится безъ остатка: то будетъ дѣлитель послѣдняго дѣленія большой общей дѣлитель двухъ данныхъ чиселъ.

Когда

Когда здѣсь или въ прежнихъ предложенïяхъ говорится о числахъ, то надобно всегда разумѣть цѣлыя числа, хотя и доли также надлежатъ до чиселъ. Но всѣ числа дѣлятся на 1, для того что на 1 всѣ безъ остатку раздѣлены быть могутъ; также и всякое число дѣлится само на себя: того ради имѣетъ каждое число по послѣдней мѣрѣ двухъ дѣлителей, а именно единицу и самаго себя. Но дѣлитель всякаго числа есть такое число, на которое оно безъ остатку раздѣлено быть можетъ; такъ 3 есть дѣлитель числа 12, а 5 есть дѣлитель числа 15. Сïе приводитъ насъ къ усматриванïю главнаго различïя, которое числа между собою имѣютъ: Ибо нѣкоторыя изъ нихъ находятся такова состоянïя, что они ни на какое другое число кромѣ единицы и самихъ себя раздѣлиться не могутъ, и для того способно могутъ названы быть *числами нераздѣлимыми*; такïя числа напримѣръ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19; и пр. которыя никакихъ другихъ дѣлителей не имѣютъ, какъ только единицу и самихъ себя. Прочïя числа, которыя кромѣ единицы и самихъ себя могутъ еще и на другïя числа раздѣлены быть, можно назвать *дѣлимыми числами*; такïя дѣлимыя числа напримѣръ 4, 6, 8, 9, 10, 12 и пр. Изъ сихъ чиселъ надлежитъ особливо примѣчать тѣ, которыя дѣлятся на 2, и называются *равныя числа*, какъ напримѣръ 2, 4, 6, 8, 10, 12, и пр.

которыя по первому правилу 9 пункта тотчасъ узнать можно. Напротивъ того тѣ числа, которыхъ на 2 не можно раздѣлить, называются *нерапныя числа*; какъ напримѣръ 3, 5, 7, 9, 11, 13, и пр. до которыхъ надлежитъ также и единица. Изъяснивъ что чрезъ дѣлителя какого числа разумѣется, можно лехко и то понять, что значитъ общей дѣлитель двухъ или многихъ чиселъ. А именно общей дѣлитель есть такое число, на которое каждое изъ оныхъ чиселъ дѣлится; такъ единица есть общей дѣлитель всѣхъ чиселъ, но для самаго того свойства не имѣетъ она въ уменьшенiи ломаныхъ чиселъ никакой пользы, для того что раздѣленныя на единицу числа не перемѣняются. Два такiя числа, которыя кромѣ единицы имѣютъ еще одного или нѣсколько дѣлителей, называются *между собою дѣлимыми числами*; какъ напримѣръ 12 и 15, которыя оба числа дѣлятся на 3; или 7 и 21, для того что они оба дѣлятся на 7. А тѣ числа, которыя кромѣ единицы общаго дѣлителя не имѣютъ, называются *между собою нераздѣлимыми числами*; такiя числа напримѣръ 7 и 8, или также 15 и 28. Чего ради когда ломаное число случится такого состоянiя, что его числитель и знаменатель будутъ между собою нераздѣлимыя числа, то онаго ломанаго числа мѣньшими числами изобразить или уменьшить ужѐ не можно; и такiя ломаныя числа называются

ваются *неуменьшимыя*, для того что ихъ способомъ дѣленія меньшими числами изобразить не можно, что называется *уменьшеніе дробей* или *ломаныхъ чиселъ*. А когда числитель и знаменатель ломанаго числа будутъ между собою раздѣлимыя числа: то можно такое ломаное число посредствомъ общаго дѣлителя уменьшить, то есть изобразить меньшими числами; и того ради называются такія ломаныя числа *уменьшимыя*. А чтобъ уменьшимыя ломаныя числа можно было узнать и изобразить меньшими числами, то показали мы въ сообщенномъ здѣсь правилѣ, по которому не только общаго дѣлителя двухъ данныхъ чиселъ, ежели оні будутъ между собою раздѣлимыя числа, но и большаго общаго дѣлителя сыскать можно. Отъ того получается сія польза, что всѣ уменьшимыя ломаныя числа помощію большаго общаго дѣлителя тотчасъ въ самыя меньшія числа привести и въ неуменьшимыя доли перемѣнить можно, которыя меньшими числами изображены быть уже не могутъ. И хотя правило о сысканіи большаго общаго дѣлителя двухъ чиселъ весьма невелико, и при всѣхъ случаяхъ способно употреблено быть можетъ: однакожъ не неполезно будетъ изъяснить оное здѣсь нѣсколькими примѣрами, послѣ чего мы и основаніе сего правила покажемъ. И такъ положимъ, что сихъ двухъ чиселъ 1578 и 2904 надлежитъ сыскать большаго общаго дѣлителя; чего ради число 2904 надобно раздѣлить на 1578 слѣдующимъ образомъ:

```
1578) 2904 (1
      1578
      ----
      1326
```

а понеже послѣ сего дѣленія остается еще 1326: то по вышепоказанному правилу должно раздѣлить прежняго дѣлителя на сей остатокъ, а именно:

```
1326) 1578 (1
      1326
      ----
       252
```

Потомъ надобно раздѣлить 1326 на 252.

```
252) 1326 (5
     1260
     ----
       66
```

Послѣ надлежитъ 252 раздѣлить на 66.

```
66) 252 (3
    198
    ---
     54
```

Теперь должно раздѣлить 66 на 54.

```
54) 66 (1
    54
    --
    12
```

А теперь уже 54 надобно дѣлить на 12.

```
12) 54 (4
    48
    --
     6
```

Напослѣдокъ надобно и 12 раздѣлить на 6; и понеже послѣ сего дѣленія ничего не оста-

останется: то показываетъ сïе, что число 6 есть большой общей дѣлитель оныхъ двухъ данныхъ чиселъ. Чего ради ежели бы предложено было сïе ломаное число $\frac{1578}{2904}$, то могло бы оно уменьшено быть чрезъ 6, и перемѣнилось бы въ слѣдующее $\frac{263}{484}$, котораго уменьшить, то есть ме́ньшими числами изобразить ужѐ не можно. Ежели предложены будутъ чи́сла 3735 и 4815, то въ исканïи большаго общаго дѣлителя по данному пра́вилу надлежитъ поступить слѣдующимъ образомъ:

```
3735 ) 4815 ( 1
       3735
       ----
       1080 ) 3735 ( 3
              3240
              ----
               495 ) 1080 ( 2
                      990
                      ---
                       90 ) 495 ( 5
                            450
                            ---
                             45 ) 90 ( 2
                                  90
                                  --
                                   0
```

отъ чего видно, что 45 есть большой общей дѣлитель двухъ оныхъ данныхъ чиселъ. Ежели же данныя чи́сла будутъ между собою неразде́лимыя: то при повторенïи по вышеобъявленному пра́вилу дѣленïя найдется вмѣсто больша́го общаго дѣлителя единица; какъ сïе отъ слѣдующаго примѣра видно, въ которомъ даны чи́сла 36 и 151.

```
36 ) 151 ( 4
     144
     ---
       7 ) 36 ( 5
           35
           --
            1 ) 7 ( 7
                7
                -
```

Но для изъясненія основанія сего дѣйствія надлежитъ прежде всего примѣчать, что когда два числà общаго дѣлителя имѣютъ, тогда и остатокъ, которой по вычетѣ какъ одного, такъ и двойнаго, тройнаго, или нѣсколько разъ умноженнаго числà изъ другаго происходитъ, на тогожъ дѣлителя раздѣленъ быть можетъ. А понеже когда больщее число дѣлится на мéньщее, тогда происходящей послѣ того дѣленія остатокъ есть не что иное, какъ такое число, которое за вычетомъ нѣсколько разъ умноженнаго мéньщаго числà изъ больщáго остается: того ради общей дѣлитель двухъ чиселъ долженъ дѣлить также и тотъ остатокъ, которой послѣ дѣленія больщаго числà на мéньщее происходитъ. Такимъ образомъ всякой общей дѣлитель двухъ данныхъ чиселъ есть также общей дѣлитель дѣлителя и остатка. Также когда прежней дѣлитель можетъ раздѣленъ быть на остатокъ; то опять всякой общей дѣлитель двухъ сперва заданныхъ чиселъ будетъ дѣлить какъ дѣлителя такъ и остатокъ сего послѣдняго дѣленія, и такъ далѣе при всѣхъ слѣдующихъ дѣленіяхъ.

ленiяхъ. А когда дойдетъ ужѐ до такого дѣленiя, послѣ котораго ничего не останется: то какъ дѣлимое число такъ и дѣлитель сего послѣдняго дѣленiя будутъ имѣть тогожъ общаго дѣлителя, котораго сперва заданныя числа между собою имѣютъ. А понеже послѣ сего послѣдняго дѣленiя ничего ужѐ не остается, то дѣлитель онаго будетъ не токмо общей, но еще и большой общей дѣлитель самаго дѣлителя и дѣлимаго числа; отъ чего слѣдуетъ, что сей послѣдней дѣлитель есть и большой общей дѣлитель двухъ заданныхъ чиселъ. Сiе есть основанiе вышеистолкованнаго правила, по которому большой общей дѣлитель двухъ чиселъ находится. И хотя польза, которая отъ того въ уменьшенiи долей быть можетъ, нѣсколько ужѐ показана: однакожъ для большаго употребленiя изъяснена она будетъ пространнѣе въ слѣдующемъ предложенiи.

11) Ежели кто желаетъ вѣдать можно ли данное ломаное число уменьшить, то есть изобразить мéньшими числами, то надлежитъ между числителемъ и знаменателемъ онаго искать большáго общаго дѣлителя; и ежели вмѣсто большáго общаго дѣлителя найдется 1, то покажетъ сiе, что онаго ломанаго числà уменьшить, то есть мéньшими числами из-

изобразить уже не можно; а ежели выдетъ другой общей дѣлитель, то есть такой, которой единицы больше; тогда можно оное ломаное число уменьшить или привести въ меньшія числа, а именно такимъ образомъ, когда числитель и знаменатель даннаго ломанаго числа на найденнаго большаго общаго дѣлителя раздѣлены будутъ; причемъ надлежитъ еще сіе примѣчать, что того ломанаго числа, которое послѣ онаго дѣленія произойдетъ, больше уменьшить уже не можно, но оно будетъ состоять изъ самыхъ меньшихъ чиселъ.

Мы уже выше сего видѣли, что всякое ломаное число не перемѣняя своего содержанія можетъ бесконечно разными видами представлено и изображено быть, которая перемѣна въ слѣдующей главѣ будетъ необходимо потребна. Но понеже мы здѣсь одно токмо свойство ломаныхъ чиселъ рассуждаемъ: то безъ всякаго сомнѣнія, что чѣмъ меньше тѣ числа, которыми ломаное число изображается, тѣмъ лучше и ясняе можно себѣ силу и содержаніе ломанаго числа представить. И того ради данное здѣсь правило о приведеніи ломанаго числа въ самыя меньшія числа есть весьма полезно;

лезно; по тому что помощїю онаго можно всякое ломаное число или уменьшить, то есть привести въ самыя меньшїя изъ возможныхъ чиселъ, или когда то учиниться не можетъ, подлинно узнать, что данное ломаное число есть неуменьшимое, то есть что оно меньшими числами изображено быть весьма не можетъ. А понеже такое приведенїе ломанаго числа въ самой простой его видъ дѣлается чрезъ сысканїе большаго общаго дѣлителя обоихъ чиселъ ломанаго числа, то есть числителя и знаменателя; что въ прежнемъ пунктѣ съ довольною ясностїю показано: того ради когда большой общей дѣлитель числителя и знаменателя найдется, тогда уже не трудно будетъ данное ломаное число привести въ самыя меньшїя числа, а именно когда по осьмому пункту числитель и знаменатель на онаго большаго общаго дѣлителя раздѣлены будутъ. Происшедшее отъ того дѣленїя новое ломаное число будетъ въ рассужденїи своего содержанїя первому совершенно равно, а притомъ имѣетъ оно состоять изъ самыхъ меньшихъ возможныхъ чиселъ, и слѣдовательно учиниться уже неуменьшимымъ. Въ заключенїе сея главы прилагаемъ мы здѣсь для лучшаго понятїя вышеистолкованныхъ правилъ нѣкоторые примѣры:

1. Ежели бы дано было сїе ломаное число $\frac{3080}{8547}$, чтобъ оное, буде можно, изобразить меньшими и еще самыми меньшими числами: то

то надобно прежде всего искать большаго общаго дѣлителя обоихъ сихъ чиселъ 3080 и 8547, слѣдующимъ образомъ:

```
3080) 8547 (2
      6160
      ----
      2387) 3080 (1
            2387
            ----
             693) 2387 (3
                  2079
                  ----
                   308) 693 (2
                        616
                        ---
                         77) 308 (4
                             308
                             ---
                               0
```

Отъ сего видно, что 77 есть большой общей дѣлитель обоихъ чиселъ, изъ которыхъ состоитъ ломаное число. Чего ради надлежитъ какъ числителя такъ и знаменателя даннаго ломанаго числа раздѣлить на 77, то произойдетъ отъ того сіе ломаное число $\frac{40}{111}$, которое больше уменьшено быть ужѐ не можетъ.

2. Нѣкто имѣетъ у себя 24 золотника серебра, и желаетъ вѣдать коликую часть фунта онъ имѣетъ.

Понеже фунтъ содержитъ въ себѣ 96 золотниковъ: то имѣетъ оной человѣкъ $\frac{24}{96}$, то есть двадцать четыре девяносто шестыя части фунта. И такъ состоитъ сей вопросъ въ томъ, чтобъ сіе ломаное число,

ежели

ежели можно, изобразить меньшими и еще самыми меньшими числами. Чего ради надлежитъ искать большаго общаго дѣлителя чиселъ 24 и 96, какъ слѣдуетъ.

$$24\ )\ 96\ (\ 4$$
$$96$$
$$\overline{\ \ 0\ \ }$$

Сїе показываетъ, что оба числа могутъ раздѣлены быть на 24. И такъ ежели вышеозначенное ломаное число на 24 уменьшено будетъ: то изъ онаго произойдетъ $\frac{1}{4}$, отъ чего видно, что данное оное ломаное число содержитъ въ себѣ ровно одну четверть фунта.

3. Ежели бы случилось сїе ломаное число $\frac{222}{1710}$, и хотѣлъ бы кто знать, не можно ли содержанїя онаго изобразить короче, или меньшими числами: то надлежало бы поступить такъ.

Понеже въ семъ ломаномъ числѣ числитель больше знаменателя: то видно, что оно содержитъ въ себѣ одно или нѣсколько цѣлыхъ чиселъ. И того ради должно прежде всего искать, сколько въ немъ есть цѣлыхъ: потому что чрезъ то можно будетъ о его содержанїи имѣть больше ясное понятїе, нежели когда цѣлыя оныя числа вмѣстѣ съ долями соединяются и представляются подъ видомъ одного только ломанаго числа. Для сысканїя сего надлежитъ, по силѣ шестаго пункта, чи-

слителя

слителя раздѣлить на знаменателя слѣдующимъ образомъ:

$$\begin{array}{r} 1740)\ 9222\ (5 \\ 8700 \\ \hline 522 \end{array}$$

Отъ сего ужѐ видно, что данное ломаное число можетъ перемѣнено быть въ слѣдующее $5\frac{522}{1740}$, которое изображенїе прежняго гораздо способнѣе понять можно.

Потóмъ надлежитъ рассуждать, не можно ли сей дроби $\frac{522}{1740}$ привести въ мéньшїя чи́сла, что дѣлается чрезъ сысканїе большáго общаго дѣлителя между числителемъ и знаменателемъ, которой получается нижепоказаннымъ образомъ:

$$\begin{array}{l} 522)\ 1740\ (3 \\ \quad\ \ 1566 \\ \hline \quad\ \ 174)\ 522\ (3 \\ \qquad\quad\ 522 \\ \hline \qquad\qquad 0 \end{array}$$

Чего ради 174 есть большой общей дѣлитель; и такъ когда вышеобъявленная дробь $\frac{522}{1740}$ на сїе число уменьшена будетъ: то выдутъ $\frac{3}{10}$. Такимъ образомъ находится, что данное прежде ломаное число $\frac{9222}{1740}$ тожъ значитъ, что $5\frac{3}{10}$, то есть пять цѣлыхъ и три десятины.

Но можно большáго общаго дѣлителя между числителемъ и знаменателемъ даннаго ломаного числа искать и въ самомъ началѣ, такимъ образомъ:

1740)

```
1740 ) 9222 ( 5
       8700
       ----
        522 ) 1740 ( 3
              1566
              ----
               174 ) 522 ( 3
                     522
                     ---
                       0
```

И понеже большой общей дѣлитель есть 174: то данное ломаное число чрезъ дѣленїе перемѣняется въ $\frac{53}{10}$, которое тожъ значитъ, что и $\frac{9222}{1740}$. А для того что $\frac{53}{10}$ больше нежели 1: то когда числитель на знаменателя подлинно раздѣлится, перемѣнится оная дробь въ цѣлое число съ долями, а именно въ $5\frac{3}{10}$, которое и прежде найдено было.

4. Положимъ еще, что дано сїе ломаное число $\frac{1640}{1776}$, которое надлежитъ привести въ самыя мéньшїя возможныя чи́сла.

Чего ради должно искать большáго общаго дѣлителя обоихъ сихъ чиселъ 1640 и 1776.

```
1640 ) 1776 ( 1
       1640
       ----
        136 ) 1640 ( 12
              136
              ---
               280
               272
               ---
                 8 ) 136 ( 17
                      8
                      --
                      56
                      56
                      --
                       0
```

И понеже большой общей дѣлитель помянутыхъ чйселъ есть 8: то помощію онаго данное ломаное число перемѣняется въ сіе $\frac{205}{222}$, которое прежнему совершенно равно, и состоитъ изъ самыхъ меньшйхъ возможныхъ чиселъ.

ГЛАВА VII.

О СЛОЖЕНІИ И ВЫЧИТАНІИ ломаныхъ чиселъ.

I.

Когда съ цѣлымъ числомъ надобно сложить ломаное, тогда надлежитъ только оное ломаное число написать позади цѣлаго. Также, когда къ цѣлому числу надобно приложить другое цѣлое число съ долями, то надлежитъ тогда цѣлыя чйсла сложить, а къ суммѣ приписать еще доли. А когда изъ цѣлаго числа съ долями надобно вычесть другое цѣлое число, тогда бо́льшее число вычитается изъ ме́ньшаго, и прикладываются къ остатку еще доли.

Что здѣсь о вышеозначенныхъ случаяхъ сложенія и вычитанія объявлено, оное утверждается только на томъ, какъ изъ цѣлыхъ

и

и ломаныхъ чиселъ состоящее количество обыкновеннымъ образомъ изображается, и того ради никакого дальнаго доказательства не требуетъ. Ибо какъ напримѣръ $4\frac{3}{7}$ тожъ значатъ, что 4 цѣлыя и сверьхъ того еще три седьмыя части: то видно само по себѣ, что когда къ 4мъ цѣлымъ приложатся три седьмины, тогда сумму надобно будетъ написать такъ $4\frac{3}{7}$. Чего ради когда ломаное число надлежитъ сложить съ цѣлымъ, тогда сумма получится такимъ образомъ, буде оное ломаное число напишется позади цѣлаго. Такъ напримѣръ есть ли бы надлежало ломаное число $\frac{24}{35}$ сложить съ цѣлымъ 107: то сумма была бы $107\frac{24}{35}$. А когда съ цѣлымъ числомъ надобно сложить другое цѣлое число съ долями, то надлежитъ сперва сложить только цѣлыя числа, а къ суммѣ приложить еще и оныя доли, такъ какъ въ первомъ случаѣ показано. Напримѣръ ежели съ 17тью надобно сложить $9\frac{5}{12}$, то сумма будетъ $26\frac{5}{12}$. Напротивъ того когда изъ $26\frac{5}{12}$ надобно 17 вычесть, то видно изъ прежняго примѣра, что тогда въ остаткѣ надлежитъ быть $9\frac{5}{12}$: а сей остатокъ находится такъ, когда 17 вычтутся изъ 26, и къ тому что за вычетомъ останется, то есть къ 9, приложится еще ломаное число $\frac{5}{12}$. И такъ видно отъ сего, какъ изъ даннаго цѣлаго числа съ долями должно вычитать другое мѣньшее число. Но сїи случаи сложенїя и вычитанїя сами по себѣ ужѐ такъ лехки,

что

что о томъ не надлежало бы и упоминать. Однакожъ между тѣмъ можно отъ того видѣть, что отъ цѣлыхъ чиселъ, когда они соединяются съ ломаными, ни въ сложенiи ни въ вычитанiи большей трудности не бываетъ; чего ради, ежели кто сложенiе и вычитанiе выучитъ въ однихъ только ломаныхъ числахъ, тому нетрудно будетъ сложенiе и вычитанiе дѣлать и тогда, когда при доляхъ и цѣлыя числа случатся. Такъ ежели кто знаетъ, что $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{3}$ вмѣстѣ производитъ $\frac{5}{6}$, тому не трудно будетъ сыскать и то, что $5\frac{1}{2}$ да $6\frac{1}{3}$ дѣлаютъ вмѣстѣ $11\frac{5}{6}$. И такъ видно отъ сего, что наибольшая трудность при сложенiи и вычитанiи ломаныхъ чиселъ бываетъ отъ однихъ только ломаныхъ чиселъ, а не отъ того, когда съ ними соединяются и цѣлыя числа, которыя никакой трудности больше не придаютъ. Ктомужъ хотя и цѣлыя числа, какъ въ прежней главѣ показано, подъ видомъ ломаныхъ представлены быть могутъ: однакожъ при сложенiи и вычитанiи въ томъ никакой нужды нѣтъ, но оныя, не перемѣняя цѣлыхъ чиселъ въ ломаныя, можно дѣлать еще способнѣе; а какъ надлежитъ съ одними только ломаными числами поступать, то покажемъ мы въ слѣдующихъ предложенiяхъ.

2) Когда надобно сложить два или нѣсколько ломаныхъ чиселъ имѣющихъ одинакихъ знаменателей; тогда

тогда складываются всѣ числители вмѣстѣ, а подъ суммою, которая даетъ числителя суммы всѣхъ оныхъ дробей, подписывается прежней знаменатель. Такимъ образомъ найденное ломаное число будетъ праведная сумма всѣхъ данныхъ оныхъ дробей, при которой потомъ и прежде сообщенныя правила о уменьшенiи дробей употреблены быть могутъ.

Когда данныя числа имѣютъ одинакихъ знаменателей: тогда показываютъ они всѣ и одинакiя части цѣлаго, то есть каждое ломаное число содержитъ тогда столько такихъ частей цѣлаго, сколько показываетъ его числитель. Чего ради такiя дроби или ломаныя числа складывать, есть не что иное, какъ только что сыскать то, сколько всѣхъ такихъ частей числомъ находится. И такъ когда всѣ числители будутъ сложены, тогда сумма покажетъ, сколько во всѣхъ дробяхъ находится такихъ частей. А понеже оныя части такiя, какiя чрезъ одинакаго знаменателя данныхъ дробей показываются: того ради и сумма оныхъ дробей есть такое ломаное число, котораго знаменатель есть общей или одинакой знаменатель съ знаменателемъ данныхъ дробей, а числитель есть сумма числителей оныхъ же дробей. Такъ напримѣръ ежели надобно сложить слѣдующiя дроби $\frac{2}{25}$, $\frac{4}{25}$, и $\frac{6}{25}$:

то видно, что каждая изъ сихъ дробей показываетъ одинакія, а именно двадцать пятыя части цѣлаго, и первая изъ нихъ содержитъ 2, другая 4, а третія 6 такихъ частей. Чего ради всѣ три дроби вмѣстѣ содержатъ 12 двадцать пятыхъ частей цѣлаго, которыя пишутся такъ $\frac{12}{25}$, слѣдовательно сіе ломаное число $\frac{12}{25}$, котораго знаменатель равенъ общему знаменателю данныхъ дробей, а числитель равенъ суммѣ ихъ числителей, есть искомая сумма данныхъ дробей $\frac{2}{25}$, $\frac{4}{25}$, и $\frac{6}{25}$. И такъ видно отъ сего, что сумма двухъ или нѣсколькихъ данныхъ дробей, имѣющихъ одинакихъ знаменателей, есть такое ломаное число, котораго знаменатель состоитъ изъ прежняго общаго знаменателя, а числитель изъ суммы числителей данныхъ дробей. Чего ради для сложенія двухъ или нѣсколькихъ дробей, имѣющихъ одинакихъ знаменателей, надлежитъ складывать однихъ только числителей, а подъ суммою подписывать общаго знаменателя данныхъ дробей, и тогда ломаное число, которое отъ того произойдетъ, будетъ подлинная сумма всѣхъ данныхъ дробей. Ежели же кто похочетъ сію сумму изобразить простѣе, то есть самыми меньшими изъ возможныхъ чиселъ, тогда должно рассуждать, не содержитъ ли найденное оное ломаное число въ себѣ какихъ цѣлыхъ чиселъ, и въ такомъ случаѣ цѣлыя отъ ломанаго числа по вышепоказаннымъ правиламъ отдѣляются, и означиваются

чиваются цѣлыми числами; также когда найденное ломаное число можетъ уменьшено быть; то оное уменьшается и приводится въ самыя меньшія возможныя числа.

Напримѣръ ежели надобно сложить слѣдующія дроби, $\frac{7}{30}$, $\frac{11}{30}$, $\frac{13}{30}$; то дѣлается сложеніе оныхъ слѣдующимъ образомъ:

$$\frac{7}{30}$$
$$\frac{11}{30}$$
$$\frac{13}{30}$$

Сумма $\frac{31}{30}$, то есть $1\frac{1}{30}$.

А именно находится чрезъ сіе сложеніе $\frac{31}{30}$, котороe ломаное число; для того что числитель въ немъ больше знаменателя, есть больше цѣлаго: и того ради надлежитъ 31 раздѣлить на 30, отъ чего выдетъ въ частное число 1, и притомъ останется еще 1; и такъ видно, что $\frac{31}{30}$ есть тожъ, что $1\frac{1}{30}$.

Также ломаныя числа $\frac{5}{48}$, $\frac{7}{48}$, $\frac{11}{48}$, $\frac{17}{48}$, и $\frac{20}{48}$, въ суммѣ производятъ $\frac{60}{48}$, какъ отъ слѣдующаго сложенія видно.

$$\frac{5}{48}$$
$$\frac{7}{48}$$
$$\frac{11}{48}$$
$$\frac{17}{48}$$
$$\frac{20}{48}$$

Сумма $\frac{60}{48}$, то есть $1\frac{12}{48}$, или $1\frac{1}{4}$,

для того что въ ломаномъ числѣ $\frac{12}{48}$ какъ числителя такъ и знаменателя можно раздѣлить на 12.

Сколько слѣдующія ломаныя числа $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{5}{7}$ въ суммѣ производятъ, то показываетъ слѣдующее сложеніе:

$$\begin{array}{l} \frac{2}{7} \\ \frac{3}{7} \\ \frac{4}{7} \\ \frac{5}{7} \\ \hline \end{array}$$

Сумма $\frac{14}{7}$, то есть 2.

Когда случится такихъ дробей складывать много, тогда для краткости не надлежитъ знаменателя всегда подписывать, но того довольно, ежели одни только числители порядкомъ написаны будутъ, а знаменателя для памяти можно приписать на сторонѣ. Такъ прежніе примѣры можно короче здѣлать слѣдующимъ образомъ:

	5 (48	
	7	2 (7
7 (30	11	3
11	17	4
13	20	5
Сумма $\frac{31}{30}$ то есть $1\frac{1}{3}$	$\frac{60}{48}$ то есть $1\frac{1}{4}$	$\frac{14}{7}$ то есть 2

Такъ слѣдующихъ дробей $\frac{3}{12}$, $\frac{4}{12}$, $\frac{9}{12}$, найдется сумма $\frac{16}{12}$, то есть $1\frac{1}{3}$. Въ семъ при-

примѣрѣ

мѣрѣ видно, что данныя дроби изображены не самыми меньшими числами, но ихъ можно бы было написать такъ: $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$. Но хотя онѣ такимъ образомъ представляются простяе; однакожъ прежнее изображенїе для одинакихъ знаменателей, которые къ тому необходимо требуются, къ сложенїю гораздо способнѣе. Чего ради и сихъ дробей $\frac{2}{3}$ и $\frac{1}{4}$ такъ, какъ онѣ есть, сложить не можно; но ежели вмѣсто $\frac{2}{3}$ положено будетъ $\frac{8}{12}$, а вмѣсто $\frac{1}{4}$ поставится $\frac{3}{12}$, то сумма а именно $\frac{11}{12}$ ужѣ легко найдется. Отъ сего можно довольно выразумѣть, что ежели надобно складывать дроби, имѣющїя неравныхъ знаменателей, то надлежитъ ихъ прежде перемѣнить въ такой видъ, чтобъ онѣ всѣ имѣли одинакихъ знаменателей, къ чему надлежащее руководство послѣ дано будетъ.

А вмѣсто примѣра о томъ, какъ надлежитъ цѣлыя числа съ долями складывать между собою, возмемъ мы слѣдующїя числа $5\frac{4}{15}$, $3\frac{7}{15}$, $9\frac{8}{15}$, $\frac{1}{15}$, которыхъ надлежитъ сыскать сумму, что дѣлается такъ:

$$\begin{array}{r} 5\frac{4}{15} \\ 3\frac{7}{15} \\ 9\frac{8}{15} \\ \frac{1}{15} \\ \hline \end{array}$$

Сумма $17\frac{20}{15}$, то есть $18\frac{5}{15}$ или $18\frac{1}{3}$, для того что $\frac{20}{15}$ есть тожъ, что $1\frac{5}{15}$, ко-

 торое

торое число вмѣстѣ съ 17 цѣлыми производитъ $18\frac{5}{15}$, а $\frac{5}{15}$ перемѣняются въ $\frac{1}{3}$.

3) Когда изъ двухъ ломаныхъ чиселъ, имѣющихъ равныхъ знаменателей, меньшое надлежитъ изъ большаго вычесть: тогда вычитается ме́ньшій числитель изъ бо́льшаго, а подъ остаткомъ, которой даетъ числителя, подписывается общей знаменатель; и такъ сіе новое ломаное число будетъ искомой остатокъ. А когда изъ цѣлаго числа̀ съ долями надлежитъ вычесть другое цѣлоежъ число съ долями; ежели притомъ знаменатели оныхъ долей будутъ одинакіе: тогда вычитаются находящіяся при меньшомъ цѣломъ числѣ доли изъ тѣхъ долей, которыя при большомъ цѣломъ числѣ, а пото́мъ вычитается также и меньшое цѣлое число изъ большáго, ежели доли большáго цѣлаго числа̀ будутъ тѣхъ долей больше, которыя при меньшомъ цѣломъ числѣ поставлены. Ибо когда доли при большомъ цѣломъ числѣ находящіяся случаются меньше тѣхъ, которыя при

мень

меньшомъ цѣломъ числѣ: тогда отнимается отъ большаго цѣлаго числа единица и прикладывается къ долямъ, для того чтобъ вычитанїе учинить можно было; но притомъ для отнятой отъ цѣлаго числа единицы надлежитъ или большое цѣлое число почитать единицею меньше, или меньшое цѣлое число единицею больше.

Когда два ломаныя числа, изъ которыхъ меньшое надлежитъ вычесть изъ большаго, имѣютъ равныхъ знаменателей: тогда содержатъ они и равныя части цѣлаго, а именно каждое по стольку такихъ частей, сколько показываетъ числитель. Чего ради когда меньшое ломаное число надобно вычесть изъ большаго, тогда вычитается меньшое число такихъ частей изъ большаго, то есть вычитается тогда меньшой числитель изъ большаго, а подъ остаткомъ, которой даетъ числителя, подписывается общей знаменатель. Такъ когда вычтутся $\frac{4}{15}$ изъ $\frac{7}{15}$, то останутся за онымъ вычетомъ $\frac{3}{15}$; то есть $\frac{1}{5}$, отъ чего вычитанїе такихъ ломаныхъ чиселъ легко понять можно; и такъ для большаго въ семъ изъясненїи довольно будетъ сообщить слѣдующїе примѣры вычитанїя.

$\frac{4}{7}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{17}{30}$
$\frac{2}{7}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{12}{30}$
въ остат. $\frac{2}{7}$	$\frac{2}{12}$ то есть $\frac{1}{6}$	$\frac{5}{30}$ то есть $\frac{1}{6}$.

Но присемъ надлежитъ примѣчать, что изъ двухъ ломаныхъ чиселъ, имѣющихъ одинакихъ знаменателей, всегда больше то, которое имѣетъ бо́льшаго числителя, какъ то отъ самаго ихъ свойства слѣдуетъ; а когда числители между собою равны, тогда и сами ломаныя чи́сла между собою также равны, слѣдовательно остатокъ, ежели одно такое ломаное число вычтется изъ другаго, будетъ ничто, или 0, такъ $\frac{2}{3}$ изъ $\frac{2}{3}$ даютъ въ остаткѣ 0. Теперь станемъ рассуждать два такія числа, которыя состоятъ изъ цѣлыхъ чиселъ съ долями. Между ними то число есть больше, въ которомъ цѣлое больше другаго цѣлаго числа, ежели притомъ находящіяся при нихъ доли меньше единицы. Такъ $4\frac{1}{3}$ больше, нежели $3\frac{2}{3}$, хотя доли при меньшомъ числѣ положенныя и больше тѣхъ, которыя поставлены при большомъ цѣломъ числѣ. И такъ когда при двухъ цѣлыхъ числахъ находящіяся доли имѣютъ одинакихъ знаменателей; и ежели притомъ доли при большомъ цѣломъ числѣ будутъ больше тѣхъ долей, которыя при меньшомъ цѣломъ числѣ: тогда вычитаніе не имѣетъ въ себѣ никакой трудности, для того что цѣлыя чи́сла можно вычитать изъ цѣлыхъ

цѣлыхъ, а доли изъ долей. Такъ напримѣръ ежели надобно вычесть $3\frac{2}{5}$ изъ $7\frac{4}{5}$: то будетъ въ остаткѣ $4\frac{2}{5}$; что отъ слѣдующихъ примѣровъ еще больше видѣть можно.

$10\frac{16}{21}$	$127\frac{19}{30}$
$5\frac{13}{21}$	$69\frac{11}{30}$
въ остаткѣ $5\frac{3}{21}$ то есть $5\frac{1}{7}$	$58\frac{8}{30}$ то есть $58\frac{4}{15}$.

Также когда $6\frac{7}{12}$ вычтутся изъ $9\frac{7}{12}$; то будетъ въ остаткѣ только 3, для того что приложенныя при сихъ цѣлыхъ числахъ доли между собою равны, и за вычетомъ оныхъ ничего не остается.

Ежели же находящіяся при большомъ цѣломъ числѣ доли будутъ меньше тѣхъ, которыя при меньшомъ числѣ: тогда надобно изъ большаго цѣлаго числа отнять единицу и приложить къ долямъ, такъ какъ то и въ вычитаніи цѣлыхъ чиселъ дѣлается, напримѣръ:

$16\frac{3}{5}$	$347\frac{17}{36}$
$11\frac{4}{5}$	$209\frac{25}{36}$
въ остаткѣ $4\frac{4}{5}$	$137\frac{28}{36}$ то есть $137\frac{7}{9}$.

Въ первомъ изъ сихъ примѣровъ надлежитъ $11\frac{4}{5}$ вычесть изъ $16\frac{3}{5}$; чего ради начинается тутъ вычитаніе отъ долей, какъ отъ самаго меньшаго званія чиселъ. А понеже $\frac{4}{5}$ изъ $\frac{3}{5}$ вычтены быть не могутъ, то берется изъ 16 одна единица, которая перемѣняется въ $\frac{5}{5}$ и прикладывается къ долямъ $\frac{3}{5}$, отъ чего про-

 исходятъ

исходящих $\frac{8}{5}$. Изъ сихъ долей $\frac{8}{5}$ вычитаются $\frac{4}{5}$ и получаются въ остаткѣ $\frac{4}{5}$, а потомъ надобно вычитать 11 не изъ 16 но изъ 15, для того что изъ 16 одна единица ужѐ прежде взята; или, что тожъ самое есть, вмѣсто того чтобъ 16 единицею убавить, прикладывается къ 11 одна единица, и вычитаются 12 изъ 16, и такимъ образомъ въ семъ примѣрѣ получается остатокъ $4\frac{4}{5}$. Въ другомъ примѣрѣ, гдѣ надлежитъ $209\frac{25}{36}$ вычесть изъ $347\frac{17}{36}$, берется также изъ 347 одна единица или $\frac{36}{36}$ и прикладывается къ $\frac{17}{36}$, отъ чего получаются $\frac{53}{36}$, изъ которыхъ долей $\frac{25}{36}$ вычтенныя даютъ въ остаткѣ $\frac{28}{36}$, то есть $\frac{7}{9}$, для того что верьхнее и нижнее число можно раздѣлить на 4. Послѣ надобно 209 вычесть изъ 346, или что все равно, 210 изъ 347 причемъ будетъ въ остаткѣ 137, такъ что искомой остатокъ имѣетъ состоять въ $137\frac{7}{9}$.

И такъ въ семъ и въ прежнемъ предложенїи ужѐ довольно показано, какъ одни только доли или ломаныя числа, также и цѣлыя числа съ долями, ежели доли въ обоихъ случаяхъ равныхъ знаменателей имѣютъ, между собою надлежитъ складывать и вычитать. Чего ради осталось теперь показать еще то, какимъ образомъ надобно поступать съ тѣми долями или ломаными числами, которыя имѣютъ неравныхъ знаменателей. Но присемъ должно прежде всего примѣчать то, что

такихъ

такихъ долей инако не льзя ни складывать ни вычитать, ежели они прежде къ одинакимъ знаменателямъ приведены не будутъ; а когда то здѣлается, тогда уже ни въ сложенiи ни въ вычитанiи никакой трудности больше не будетъ. Чего ради вся сила состоитъ въ томъ, чтобъ показать, какъ два или нѣсколько ломаныхъ чиселъ, неравныхъ знаменателей имѣющихъ надлежитъ перемѣнять въ такiя ломаныя числа, которыя бы всѣ одинакихъ знаменателей имѣли, и притомъ были бы первымъ въ рассужденiи своего содержанiя совершенно равны; но къ тому потребно слѣдующее предуготовленiе.

4) *Общее дѣлимое число* двухъ или многихъ данныхъ чиселъ есть такое число, которое можно на каждое изъ данныхъ чиселъ раздѣлить безъ остатку. И такъ ежели два или нѣсколько чиселъ даны будутъ, то такое общее дѣлимое число найдется, когда данныя оныя числа между собою всѣ будутъ умножены. Ежели же такимъ образомъ найденное общее дѣлимое число будетъ умножаться еще другими по изволенiю взятыми числами: то произойдетъ отъ того и много такихъ общихъ дѣлимыхъ чиселъ; отъ чего слѣдуетъ,

дуетъ, что двухъ или многихъ данныхъ чиселъ, могутъ найдены быть безконечно многія общія дѣлимыя числа.

Положимъ, что даны числа 2, 3, 5, то всѣ тѣ числа будутъ общія дѣлимыя числа сихъ данныхъ чиселъ, которыя только могутъ раздѣлены быть на 2, на 3, и на 5. Такое общее дѣлимое число есть 30, для того что 30 можно раздѣлить и на 2, и на 3, и на 5. Равнымъ же образомъ и 60, 90, 120, 150, и такъ далѣе, будутъ также общія дѣлимыя числа чиселъ 2, 3, и 5. Вышеобъявленное правило о сысканіи такихъ общихъ дѣлимыхъ чиселъ такъ ясно, что оное безъ всякаго труда понять можно: ибо когда данныя числа между собою умножены будутъ, то произведеніе можно опять раздѣлить на каждое изъ данныхъ чиселъ, и слѣдовательно оное произведеніе есть общее дѣлимое число тѣхъ данныхъ чиселъ. Также видно и то, что когда какое число на данныя числа раздѣлено быть можетъ, то ежели оное число взято будетъ вдвое, втрое, и такъ далѣе; то есть, ежели общее дѣлимое число какимъ нибудь по изволенію взятымъ числомъ умножится: тогда всѣ оныя произведенія можно будетъ также раздѣлить на тѣ данныя числа: для того что ежели какое число дѣлится на общее дѣлимое число, то можетъ оно также и на данныя числа раздѣлено

лено быть. Такъ напримѣръ вышеозначенныхъ данныхъ чиселъ 2, 3, 5, общее дѣлимое число найдется, ежели по сообщенному здѣсь правилу сперва 2 умножатся 3мя, а потомъ произведенїе 6 умножится еще 5тью: для того что послѣднее произведенїе 30 будетъ общее произведенїе данныхъ чиселъ 2, 3, 5, слѣдовательно и общее дѣлимое число оныхъ чиселъ. Также и всѣ тѣ числа, которыя на 30 дѣлятся, должно почитать за общїя дѣлимыя числа чиселъ 2, 3, 5; а находятся они такимъ образомъ, когда 30 какимъ ни будь по изволенїю взятымъ числомъ умножится; какъ напримѣръ числа 60, 90; 120, 150, и такъ далѣе. Но чтобъ по вышесообщенному правилу общее дѣлимое число способнѣе сыскать можно было: то, когда больше, нежели два числа даны, надлежитъ сперва только двухъ чиселъ искать общаго дѣлимаго числа; потомъ надобно общаго дѣлимаго числа искать между найденнымъ числомъ и третьимъ изъ данныхъ чиселъ; къ тому числу, которое такимъ образомъ найдется, должно приложить еще четвертое изъ данныхъ чиселъ, и между ими также искать общаго дѣлимаго числа, и такимъ порядкомъ продолжать сїе дѣйствїе до самаго послѣдняго изъ данныхъ чиселъ. Такъ ежели бы сихъ чиселъ 2, 5, 7, 9, 11, надлежало искать общаго дѣлимаго числа: то надобно бы было поступать слѣдующимъ образомъ:

5

$$
\begin{array}{r}
5 \\
\underline{2} \\
10 \\
\underline{7} \\
70 \\
\underline{9} \\
630 \\
\underline{11} \\
63 \\
\underline{63} \\
6930
\end{array}
$$

А именно надлежитъ прежде искать общаго дѣлимаго числа первыхъ двухъ чиселъ, то есть 2хъ и 5ти, которое получается чрезъ умноженїе 5ти 2мя; отъ чего происходитъ 10. Потомъ надобно искать общаго дѣлимаго числа 10ти и 7ми, умножая 10 числомъ 7; то произведенїе 70, будетъ уже общее дѣлимое число чиселъ 2, 5, 7. Посемъ умножается найденное число 70 слѣдующимъ изъ данныхъ чиселъ, то есть 9тью; при чемъ происходитъ 630, которое произведенїе есть общее дѣлимое число чиселъ 70 и 9ти, а слѣдовательно и 2хъ, 5ти, 7ми, и 9ти. Напослѣдокъ, когда 630 умножится еще 11тью: то произведенїе 6930 будетъ общее дѣлимое число чиселъ 2, 5, 7, 9, 11, котораго искать надлежало.

Но при семъ надлежитъ примѣчать, что часто можно находить гораздо меньшїя общїя

дѣли-

дѣлимыя чи́сла, нежели какі́я вышепоказаннымъ образомъ чрезъ умноженіе сыскиваются; и въ такихъ случаяхъ надлежитъ лучше искать самаго меньша́го общаго дѣлимаго числа̀: для того что счисленіе можетъ чрезъ то учиниться гораздо короче. Надлежащее до того пра́вило сообщено будетъ въ слѣдующемъ; а здѣсь предложимъ мы тому одинъ примѣръ, дабы напередъ можно было получить о томъ нѣкоторое понятіе. И такъ ежели бы сихъ чиселъ 2, 4, 6, 9, надлежало искать общаго дѣлимаго числа̀: то надобно бы было взять сперва 2 и 4: которыхъ общее дѣлимое число, какъ то лехко видѣть можно, есть 4, и при томъ оно того гораздо меньше, которое по вышеобъявленному пра́вилу находится, а именно 8. Чего ради теперь надобно ужѐ взять не 8, но 4 и 6, и сихъ двухъ чиселъ искать общаго дѣлимаго числа̀, которое по пра́вилу было бы 24; однакожъ видно, что и 12 какъ на 4 такъ и на 6 раздѣлить можно, и для того надобно лучше взять сіе, нежели оное число. Напослѣдокъ должно искать самаго меньша́го общаго дѣлимаго числа̀ чиселъ 12 и 9, которое есть 36, а по пра́вилу было бы оно 108. И такъ 36 есть общее дѣлимое число данныхъ оныхъ чиселъ 2, 4, 6, 9, и при томъ оно того гораздо меньше, которое бы по вышеобъявленному пра́вилу найдено было, а именно 432. Но какъ во всѣхъ случаяхъ самое меньшое общее дѣлимое число

на-

находить надлежитъ, то показывается въ слѣдующемъ правилѣ.

5) Самое меньшое общее дѣлимое число двухъ данныхъ чиселъ найдется, ежели сыщется сперва большой общей дѣлитель, и на него произведенiе обоихъ оныхъ чиселъ раздѣлится; или, когда на найденнаго большáго общаго дѣлителя одно изъ данныхъ чиселъ раздѣлится, а частнымъ числомъ умножится другое данное число, то сiе произведенiе будетъ также самое меньшое общее дѣлимое число двухъ данныхъ чиселъ. Ежели же даны будутъ больше, нежели два числа, тогда надобно искать сперва между двумя числами самаго меньшáго общаго дѣлимаго числà; потóмъ къ сему найденному числу надлежитъ приложить третiе изъ данныхъ чиселъ, и между ими искать опять самаго меньшáго общаго дѣлимаго числà; а когда оно найдется, тогда надобно искать самаго меньшáго дѣлимаго числà между имъ и между четвертымъ даннымъ числомъ, и такъ далѣе до самаго послѣдняго изъ данныхъ чиселъ: то по-

послѣднее найденное число будетъ самое меньшое общее дѣлимое число всѣхъ данныхъ чиселъ.

Когда два данныя числа между собою неразделимы, и слѣдовательно вмѣсто болшаго общаго дѣлителя имѣютъ единицу: тогда не можно назначить такого числа, которое бы на оба данныя оныя числа могло раздѣлено быть, и притомъ бы было меньше, нежели произведенiе оныхъ чиселъ. А когда данныя оныя числа кромѣ единицы имѣютъ еще какого ни будь общаго дѣлителя: тогда по раздѣленiи ихъ произведенiя на общаго дѣлителя можно частное число всегда раздѣлить на оба изъ тѣхъ данныхъ чиселъ; чего ради и оное частное число есть общее дѣлимое число тѣхъ данныхъ чиселъ, а притомъ оно меньше ихъ произведенiя. И такъ ежели произведенiе двухъ данныхъ чиселъ на большáго общаго дѣлителя раздѣлится: то частное число будетъ самое меньшое общее дѣлимое число тѣхъ двухъ данныхъ чиселъ. А какъ большáго общаго дѣлителя двухъ данныхъ чиселъ надлежитъ находить, то показано ужѐ выше; чего ради посредствомъ большáго общаго дѣлителя можно всегда находить самое меньшое общее дѣлимое число двухъ данныхъ чиселъ. Впрочемъ то все одно, хотя произведенiе двухъ данныхъ чиселъ раздѣлится на большáго общаго дѣлителя, или еще прежде умноженiя одно изъ данныхъ

чиселъ раздѣлится на большаго общаго дѣлителя, а потомъ другое изъ данныхъ чиселъ найденнымъ частнымъ числомъ умножится. Для изъясненія сего правила примѣрами, положимъ что даны числа 9 и 15, которыхъ надлежитъ сыскать самое меньшое общее дѣлимое число. большой общей дѣлитель сихъ чиселъ есть 3; чего ради ежели ихъ произведеніе а именно 135 раздѣлится на 3: то выдетъ 45, которое число есть самое меньшое дѣлимое число чиселъ 9 и 15. Но тожъ число выдетъ, хотя прежде одно изъ данныхъ чиселъ, напримѣръ 9; раздѣлится на 3, а потомъ частное 3 умножится другимъ даннымъ числомъ, то есть 15тью: или хотя другое число на 3 раздѣлится, а частнымъ 5 умножится первое данное число 9. Оба сіи способа представляются обыкновенно чрезъ умноженіе на крестъ, такимъ образомъ:

9 15

×

3) 3 5

45 45

А именно сперва надлежитъ оба числа, 9 и 15 раздѣлить на ихъ большаго общаго дѣлителя 3, а частныя 3 и 5 подписать подъ оными числами; потомъ надобно каждое число умножить на крестъ частнымъ числомъ другаго числа: то оба произведенія будутъ

45,

45, которое число есть самое меньшое общее дѣлимое число обоихъ данныхъ чиселъ. И хотя для сысканія сего числа довольно бы было какъ умноженіе такъ и дѣленіе дѣлать только однажды: однакожъ не неполезно и то, когда оба оныя дѣйствія дважды производятся: для того что и при первомъ и при второмъ умноженіи произведеніе должно быть всегда одинаково, и по тому двойное сіе умноженіе служитъ вмѣсто повѣренія, не учинено ли притомъ какой погрѣшности. Ибо ежели бы въ обоихъ произведеніяхъ вышли розныя числа, то бы значило сіе подлинно нѣкоторое погрѣшеніе. Такъ ежели бы надобно было искать самаго меньшаго общаго дѣлимаго числа чиселъ 30 и 54: то надлежало бы прежде всего искать большаго общаго дѣлителя сихъ чиселъ, которой есть 6, а потомъ поступать слѣдующимъ образомъ:

30 54

6) 5 9

270 270

Отъ сего видно, что 270 есть искомое самое меньшое общее дѣлимое число. Также ежели бы надлежало искать самаго меньшаго общаго дѣлимаго числа чиселъ 6 и 24: то можно легко видѣть, что оное было бы 24, для того что 24 можно раздѣлить и на 6 и на

24. Но сїежъ самое число найдется и по вышеобъявленному правилу. Ибо данныхъ чиселъ 6 и 24 большой общей дѣлитель есть 6; чего ради въ исканїи самаго меньшаго общаго дѣлимаго числа надлежитъ поступить слѣдующимъ образомъ:

6 24

X

6) 1 4

24 24

Отъ чего видно, что ежели изъ двухъ данныхъ чиселъ большое число дѣлится на меньшое: то большое изъ данныхъ чиселъ есть самое меньшое общее дѣлимое число тѣхъ данныхъ чиселъ; чего ради въ такихъ случаяхъ онаго по правилу и искать не надобно.

А кто знаетъ, какъ двухъ данныхъ чиселъ самое меньшое общее дѣлимое число находить надлежитъ; тотъ можетъ оное число сыскать и между многими данными числами. Ибо изъ данныхъ чиселъ надобно сперва взять только два какїя ни будь по изволенїю, и искать ихъ самаго меньшаго общаго дѣлимаго числа, которое, когда оно найдено будетъ, можно поставить вмѣсто оныхъ чиселъ, такъ что данныя числа такимъ образомъ учинятся однимъ числомъ меньше. Потомъ надобно взять опять два числа по изволенїюжъ и искать ихъ самаго меньшаго общаго дѣлимаго числа, а когда оно найдется, то поставить оное вмѣсто

тѣхъ

тѣхъ двухъ чиселъ, чрезъ что данныя числа учинятся опять однимъ числомъ меньше. Такимъ образомъ надлежитъ поступать до тѣхъ поръ, пока всѣ данныя числа до двухъ токмо чиселъ приведены будутъ, которыхъ самое меньшое общее дѣлимое число будетъ, также самое меньшое общее дѣлимое число и всѣхъ данныхъ чиселъ. Сїе правило отъ сообщеннаго въ самомъ предложенїи разнствуетъ только тѣмъ, что по оному всегда послѣднее найденное самое меньшое общее дѣлимое число берется вмѣстѣ съ слѣдующимъ изъ данныхъ чиселъ, и потомъ между ими ищется опять самое меньшое общее дѣлимое число; а по сему правилу можно выбрать два числа по изволенїю, которыя прежде не были еще въ рассужденїи. Польза сея въ послѣднемъ правилѣ позволенныя вольности состоитъ въ томъ, что можно всегда два такїя числа выбирать, которыхъ самое меньшое общее дѣлимое число наиспособнѣе сыскано быть можетъ. Такого состоянїя напримѣръ два такїя числа, изъ которыхъ большое можетъ раздѣлено быть на меньшое: для того что большое число изъ нихъ есть само по себѣ самое меньшое общее дѣлимое число, какъ то уже выше объявлено. Или можно взять и такїя два числа, которыхъ общей большой дѣлитель уже извѣстенъ, чтобъ онаго особливо искать не надобно было. Такими при семъ правилѣ временемъ случающимися способами можетъ весь трудъ въ сыски-

ванїи самаго меньшаго общаго дѣлимаго числа знатно уменьшиться; а особливо ежели кто чрезъ частое употребленїе въ томъ нѣкоторую способность получитъ. Но чтобъ пользу сего правила ясняе видѣть можно было, то предложимъ мы здѣсь нѣсколько тому примѣровъ.

Чтобъ между сими данными числами 4, 5, 6, 9, 10, 16, сыскать самое меньшое общее дѣлимое число: то можно сперва взять изъ нихъ 4 и 16, для того что 16 дѣлится на 4, и слѣдовательно 16 есть самое меньшое общее дѣлимое число сихъ двухъ чиселъ. И такъ вмѣсто двухъ чиселъ 4 и 16 надлежитъ поставить только 16; чего ради изъ данныхъ чиселъ останутся еще слѣдующїя: 5, 6, 9, 10, 16, между которыми самаго меньшаго общаго дѣлимаго числа искать надобно. Потомъ надлежитъ рассуждать числа 5 и 10; но понеже ихъ самое меньшое общее дѣлимое число есть 10; то изъ данныхъ чиселъ останутся еще 6, 9, 10, 16. Теперь надлежитъ взять 6 и 9, которыхъ большой общей дѣлитель есть 3, а слѣдовательно самое меньшое общее дѣлимое число есть 18; чего ради 18 надобно поставить вмѣсто 6ти и 9ти, такъ что изъ данныхъ чиселъ останутся только три, а именно 10, 16, 18. Изъ сихъ трехъ чиселъ можно взять 10, и 16, которыхъ большой общей дѣлитель есть 2, а самое меньшое общее дѣлимое число найдется 80

такъ

такъ что всѣ данныя числа приведутся ужѐ въ два, то есть въ 18 и 80. Напослѣдокъ надлежитъ сихъ двухъ чиселъ искать самаго меньшаго общаго дѣлимаго числа, которое найдется 720, и притомъ будетъ оно также самое меньшое общее дѣлимое число и заданныхъ прежде чиселъ 4, 5, 6, 9, 10, 16. Весь порядокъ, которымъ сїе самое меньшое общее дѣлимое число находится, можно наиспособнѣе представить слѣдующимъ образомъ:

~~4~~, ~~5~~, ~~6~~, ~~9~~, ~~10~~, ~~16~~

~~18~~ ~~80~~.

720

А именно надлежитъ тотчасъ тѣ числа почернить, на которыя другїя изъ данныхъ чиселъ могутъ раздѣлены быть, то есть 4 и 5. Потомъ вмѣсто 6ти и 9ти надобно написать 18, а вмѣсто 10ти и 16ти надобно поставить 80. Напослѣдокъ изъ 18ти и 80ти должно искать 720, которое есть самое меньшое общее дѣлимое число данныхъ оныхъ чиселъ.

Ежели сихъ чиселъ 6, 8, 9, 12, 15, 20, 25, надлежитъ искать самаго меньшаго общаго дѣлимаго числа: то надобно поступить слѣдующимъ образомъ:

~~6~~, ~~8~~, ~~9~~, ~~12~~, ~~15~~, ~~20~~, ~~25~~

~~72~~ ~~60~~

~~300~~

1800

Сперва надлежитъ почернить 6, для того что 12 на сїе число дѣлится. Потомъ вмѣсто

8 ми и 9 ти надобно поставить ихъ самое меньшое общее дѣлимое число, то есть 72, а 8 и 9 почернить. Послѣ надобно почернить и 12, для того что 72 на 12 могутъ раздѣлены быть. Потомъ вмѣсто 15 ти и 20 ти должно положить 60, какъ самое меньшое общее дѣлимое число сихъ двухъ чиселъ; а вмѣсто 60 ти и 25 ти надлежитъ взять 300. И такъ останутся только два числа 72 и 300, которыхъ большой общей дѣлитель 12, а самое меньшое общее дѣлимое число должно быть 1800, которое было искано.

Чиселъ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, самое меньшое общее дѣлимое число находится такимъ образомъ:

~~2~~, ~~3~~, ~~4~~, ~~5~~, ~~6~~, ~~7~~, ~~8~~, ~~9~~, ~~10~~
~~18~~ ~~40~~
~~126~~ 2520

Прежде всего надлежитъ перечернить 2, 3, 4, и 5, для того что на нихъ могутъ другія изъ данныхъ чиселъ раздѣлены быть. Послѣ вмѣсто 6 ти и 9 ти надобно поставить 18, вмѣсто 8 ми и 10 ти надобно поставить 40, а вмѣсто 7 ми и 18 ти 126. Изъ 126 и 40 находится напослѣдокъ 2520, которое есть самое меньшое общее дѣлимое число всѣхъ данныхъ чиселъ.

Порядокъ, по которому мы числа въ вышеписанныхъ примѣрахъ выбирали, принимается, какъ уже прежде объявлено, по изволенію, и для того можетъ онъ всегда по изволеніюжъ и перемѣненъ быть, только чтобъ

всѣ

всѣ числа притомъ въ разсужденіе приходили. Но какимъ бы кто порядкомъ въ томъ ни поступалъ, однакожъ напослѣдокъ выдетъ всегда одно число, которое будетъ самое меньшое общее дѣлимое число всѣхъ данныхъ чиселъ.

б) Ломаныя числа разныхъ знаменателей имѣющія перемѣняются слѣдующимъ образомъ въ другія, первымъ въ разсужденіи ихъ знаменованія совершенно равныя, но которыя притомъ имѣютъ одинакихъ знаменателей. А именно сперва надлежитъ взять всѣхъ знаменателей данныхъ ломаныхъ чиселъ и искать ихъ самаго меньшáго общаго дѣлимаго числà, которое примется за общаго знаменателя тѣхъ дробей, въ которыя данныя ломаныя числа перемѣнить должно. Потóмъ сего общаго знаменателя надобно раздѣлить на каждаго знаменателя данныхъ дробей, а частными числами умножить надлежащихъ до нихъ числителей: то произведенія дадутъ числителей искомыхъ дробей. Такимъ образомъ перемѣнятся данныя ломаныя числа или дроби въ другія, которыя даннымъ въ разсужденіи ихъ знаменованія совершенно

шенно равны, а притомъ имѣютъ одинакихъ знаменателей.

Отъ того что прежде о свойствѣ ломаныхъ чиселъ объявлено, ужѐ довольно извѣстно, что всякое ломаное число можно перемѣнить въ другое, котораго знаменатель даннаго знаменателя больше или вдвое, или втрое, или въ нѣсколько разъ. Сїе дѣлается, когда числитель и знаменатель даннаго ломанаго числа умножены будутъ 2мя, 3мя, или другимъ какимъ ни будь по изволенїю взятымъ числомъ. Чего ради можно всегда данное ломаное число перемѣнить въ другое, котораго знаменатель ужѐ данъ, ежели только новой оной знаменатель на прежняго раздѣленъ быть можетъ. Такъ напримѣръ ломаное число $\frac{3}{4}$ можно перемѣнить въ другое, котораго знаменатель 12: для того что 12 дѣлится на 4, и даетъ въ частномъ числѣ 3. А понеже новой знаменатель прежняго втрое больше, то и новой числитель долженъ быть втрое больше прежняго; и по тому новое ломаное число будетъ $\frac{9}{12}$. Также ежели ломаное число $\frac{7}{10}$ надобно перемѣнить въ другое, котораго знаменатель 50, то должно 50 раздѣлить на прежняго знаменателя, а частнымъ числомъ 5 умножить прежняго числителя 7, причемъ произведенїе 35 дастъ числителя новаго ломанаго числа. И такъ новое оное ломаное число будетъ $\frac{35}{50}$, которое, какъ лехко видѣть можно, преж-

прежнему ломаному числу $\frac{7}{10}$ совершенно равно: для того что ежели знаменателя и числителя сего ломанаго числа умножить 5 тью, то произойдетъ $\frac{35}{50}$. Отъ сего видно, что когда ломаное число надобно перемѣнить въ другое, котораго знаменатель данъ и на прежняго знаменателя раздѣленъ быть можетъ: то новое оное ломаное число весьма лехко сыскивается такимъ образомъ: *Новаго знаменателя надлежитъ раздѣлить на прежняго, а частнымъ числомъ умножить прежняго числителя, то произведеніе дастъ новаго числителя* Сїе довольно показываетъ, что когда два ломаныя числа, или больше, которыя имѣютъ неравныхъ знаменателей, надобно привести въ другія одинакихъ знаменателей имѣющія: тогда одинакїе оные знаменатели должны быть такова состоянія, чтобъ они на каждаго знаменателя прежде данныхъ дробей раздѣлены быть могли; слѣдовательно одинакїе оные знаменатели должны состоять изъ общаго дѣлимаго числа прежде данныхъ знаменателей. Чего ради для перемѣненія двухъ или многихъ ломаныхъ чиселъ въ другія общаго знаменателя имѣющія, надлежитъ сперва данныхъ знаменателей искать общаго дѣлимаго числа, и принять оное за общаго знаменателя; потомъ можно всякое ломаное число по вышесообщенному правилу перемѣнить въ другое, котораго знаменатель есть найденное общее дѣлимое число; и такимъ

образомъ

образомъ всѣ найденныя ломаныя числа будутъ имѣть одинакихъ знаменателей. Такъ ежели ломаныя числа $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{5}$ надобно перемѣнить въ другія равныхъ знаменателей имѣющія: то надлежитъ сперва сыскать общее дѣлимое число, которое въ семъ случаѣ будетъ 60, потомъ надобно перемѣнить каждое ломаное число въ другое, котораго бы знаменатель былъ 60. Такъ сіе ломаное число $\frac{2}{3}$ перемѣнится въ $\frac{40}{60}$, сіе $\frac{3}{4}$ перемѣнится въ $\frac{45}{60}$, а $\frac{1}{5}$ перемѣнится въ $\frac{12}{60}$, такъ что вмѣсто данныхъ ломаныхъ чиселъ $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{5}$ произойдутъ $\frac{40}{60}$, $\frac{46}{60}$, $\frac{12}{60}$, которыя всѣ имѣютъ одинакихъ знаменателей, какъ то и требовано было. Сіе ариѳметическое дѣйствіе называется *приведеніе дробей къ одинакимъ или къ равнымъ знаменателямъ*; а дроби къ одинакимъ или къ равнымъ знаменателямъ приводить тожъ значитъ, что данныя дроби или ломаныя числа перемѣнять въ другія, одинакихъ знаменателей имѣющія. Но понеже дроби къ одинакимъ знаменателямъ приводятся чрезъ сысканіе общаго дѣлимаго числа; а такихъ чиселъ можно найти безконечное множество: то видно, что и приведеніе дробей къ одинакимъ знаменателямъ безконечно многими способами учинено быть можетъ. Однакожъ можно лехко разсудить, что тотъ способъ, которому находится самой меньшой общей знаменатель, всѣхъ другихъ безъ сомнѣнія лучше. Ибо такимъ образомъ исчисленіе

сленіе дробей не мало облехчится, когда приведеніе ломаныхъ чиселъ къ одинакимъ знаменателямъ учинится въ самыхъ меньшихъ возможныхъ числахъ. А сія польза получается тогда, когда вмѣсто общаго знаменателя искомыхъ дробей принято будетъ самое меньшое общее дѣлимое число данныхъ знаменателей. Чего ради при приведеніи дробей къ одинакимъ знаменателямъ надлежитъ примѣчать сіе правило: *Ищи сперва самаго меньшаго общаго дѣлимаго числа всѣхъ данныхъ знаменателей и поставь оное вмѣсто общаго знаменателя искомыхъ дробей; потомъ для сысканія надлежащихъ числителей дѣли сего общаго знаменателя на каждаго знаменателя данныхъ дробей а частнымъ числомъ умножь числителя тогожъ ломанаго числа: то произведеніе дастъ искомаго числителя.* Для большаго въ семъ изъясненія предлагаются слѣдующіе примѣры.

Ежели ломаныя числа $\frac{5}{12}$, $\frac{8}{15}$, $\frac{7}{20}$, $\frac{4}{21}$ надобно привести къ одинакимъ знаменателямъ; или перемѣнить въ другія ломаныя числа, которыя бы равныхъ знаменателей имѣли: то должно сперва искать самаго меньшаго общаго дѣлимаго числа данныхъ знаменателей, такъ какъ то прежде показано было, а именно слѣдующимъ образомъ:

~~12~~, ~~15~~, ~~20~~, ~~21~~
~~60~~ 420

И

БИБЛІОТЕКА
Н. П. и В. Н. РОГОЖИНЫХЪ.

И понеже самое меньшое общее дѣлимое число вышло здѣсь 420: то надлежитъ оное принять вмѣсто общаго знаменателя искомыхъ дробей; а самыя дроби находятся нижеобъявленнымъ образомъ:

$\frac{5}{12}$	$\frac{175}{420}$	35
$\frac{8}{15}$	$\frac{224}{420}$	28
$\frac{7}{20}$	$\frac{147}{420}$	21
$\frac{4}{21}$	$\frac{80}{420}$	20

А именно продолживъ сперва между числителями и знаменателями данныхъ дробей находящїяся черты, надлежитъ подъ каждою чертою подписать найденнаго общаго знаменателя 420; потомъ должно сего общаго знаменателя дѣлить на каждаго знаменателя прежде данныхъ дробей, а частныя числа ставить поодаль къ правой рукѣ; такъ 420 раздѣленныя на 12 даютъ въ частномъ числѣ 35, 420 раздѣленныя на 15 даютъ 28, 420 раздѣленныя на 20 даютъ 21, а 420 раздѣленныя на 21 даютъ 20. Напослѣдокъ сими частными числами умножаются стоящїе противъ нихъ числители данныхъ дробей, а произведенїя ставятся на мѣсто числителей искомыхъ дробей, такъ 5 тью 35 даютъ 175, а 8 мью 28 даютъ 224, и такъ далѣе. Когда все сїе учинится, то искомыя ломаныя числа одинакихъ знаменателей имѣющїя будутъ находиться по другую сторону данныхъ дробей, ко-

которыя отъ данныхъ надлежитъ отдѣлить проведенною между ими чертою. Впрочемъ расположенїе сихъ чиселъ, или изображенїе сего дѣйствїя можетъ всякъ перемѣнить по своему изволенїю, и частныя числа для краткости отставить, а общаго дѣлителя вверьху только однажды особливо записать.

Когда ломаныя числа: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{9}{10}$ надобно будетъ привести къ одинакимъ знаменателямъ: то надлежитъ сперва искать самаго меньшаго общаго дѣлимаго числа всѣхъ знаменателей, которое найдется 2520; а потомъ поступать слѣдующимъ образомъ:

$\frac{1}{2}$	$\frac{1260}{2520}$	1260
$\frac{2}{3}$	$\frac{1680}{2520}$	840
$\frac{3}{4}$	$\frac{1800}{2520}$	630
$\frac{4}{5}$	$\frac{2016}{2520}$	504
$\frac{5}{6}$	$\frac{2100}{2520}$	420
$\frac{6}{7}$	$\frac{2160}{2520}$	360
$\frac{7}{8}$	$\frac{2205}{2520}$	315
$\frac{8}{9}$	$\frac{2240}{2520}$	280
$\frac{9}{10}$	$\frac{2268}{2520}$	252

для примѣру дробей изъ бо́льшихъ чиселъ состоящихъ могутъ служить слѣдующїя: $\frac{13}{63}$, $\frac{22}{105}$, $\frac{103}{140}$. Самое меньшое общее дѣлимое число ихъ знаменателей есть 1260, и для того приводятся они къ одинакому зна-

знаменателю ни́жепоказаннымъ образомъ:

$\frac{13}{63}$	$\frac{260}{1260}$	20
$\frac{22}{105}$	$\frac{264}{1260}$	12
$\frac{103}{140}$	$\frac{927}{1260}$	9

Отъ сихъ примѣровъ ужѐ довольно видно, какимъ образомъ дроби или ломаныя числа къ одинакимъ знаменателямъ приводить должно.

7) Когда одни только ломаныя чи́сла, или также и цѣлыя чи́сла съ долями, надлежитъ складывать или вычитать: тогда прежде всего должно доли приводить къ одинакимъ знаменателямъ, то есть перемѣнять ихъ въ другія доли равныхъ знаменателей имѣющія; а пото́мъ сложеніе или вычитаніе дѣлать такимъ образомъ, какъ выше о доляхъ одинакихъ знаменателей имѣющихъ сказано. А именно при сложеніи такихъ долей складываются числители въ одну сумму, подъ которою, какъ подъ числителемъ суммы всѣхъ долей, подписывается общей знаменатель; и такимъ образомъ полученное новое ломаное число показываетъ сумму всѣхъ данныхъ долей. Но ежели оное ломаное число будетъ единицы или цѣлаго

цѣлаго больше: тогда должно цѣлыя числа отъ онаго отдѣлять, и складывать оныя въ тужъ сумму вмѣстѣ съ цѣлыми, буде которыя при доляхъ случатся. А въ вычитанiи числитель нижняго ломанаго числа вычитается изъ числителя верьхняго ломанаго числа, буде верьхней оной числитель нижняго больше; а когда нижней числитель больше верьхняго, тогда къ верьхнему ломаному числу прибавливается единица, и потомъ дѣлается вычитанiе.

Въ началѣ сея главы, а именно подъ нумеромъ 2 и 3 ужѐ довольно показано, какъ сложенiе и вычитанiе долей одинакихъ знаменателей имѣющихъ дѣлать надлежитъ: а здѣсь рассуждаемъ мы о тѣхъ же двухъ дѣйствiяхъ, но въ доляхъ неравныхъ знаменателей. Чего ради то, что въ прежнихъ предложенiяхъ о приведенiи долей разныхъ знаменателей имѣющихъ къ одинакому знаменателю сказано, здѣсь совершенную пользу имѣетъ. И такъ принявъ въ помощь означенное приведенiе долей къ одинакому знаменателю перемѣнится сложенiе и вычитанiе въ доляхъ разныхъ знаменателей имѣющихъ въ прежде ужѐ показанное сложенiе и вычитанiе такихъ долей, которыя имѣютъ одинакихъ знаменателей. Отъ сего видно, что когда одни только доли,

или

или также и цѣлыя числа съ долями случится складывать или вычитать: тогда прежде всего надобно доли перемѣнить въ другїя, которыя имѣютъ одинакихъ знаменателей, и поставить ихъ вмѣсто прежнихъ, а потомъ сложенїе или вычитанїе прежде показаннымъ образомъ дѣлать. И такъ здѣсь больше о томъ упоминать нѣчего, но надлежитъ только оба помянутыя дѣйствїя изъяснить нѣкоторыми примѣрами.

Примѣры сложенїя въ доляхъ.

I. Спрашивается, какъ надлежитъ въ одну сумму сложить $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{6}$?

Самое меньшое общее дѣлимое число знаменателей здѣсь 6; чего ради надлежитъ данныя доли привести къ одинакимъ знаменателямъ, а потомъ складывать слѣдующимъ образомъ:

$$\begin{array}{c|c} \frac{1}{2} & \frac{3}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \\ \hline \end{array}$$

Сумма $\frac{4}{6}$ или $\frac{2}{3}$.

И такъ $\frac{2}{3}$ есть искомая сумма долей $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{6}$.

II. Требуется сумма сихъ дробей $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{7}{15}$.

Самое меньшое общее дѣлимое число знаменателей 5, 6, и 15 есть 30; чего ради требуемая сумма вышеозначенныхъ дробей находится слѣдующимъ образомъ:

$\frac{3}{5}$	$\frac{18}{30}$
$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{30}$
$\frac{7}{15}$	$\frac{14}{30}$

Сумма $\frac{37}{30}$, или $1\frac{7}{30}$.

Понеже новыя дроби имѣютъ всѣ одинакихъ знаменателей: то для краткости можно поставить однихъ только числителей, а общаго знаменателя записать особливо; какъ то въ слѣдующемъ примѣрѣ показано.

III. Сколь велика сумма сихъ долей: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{2}{9}$?

Общей знаменатель сихъ долей находится 2520, и слѣдовательно ихъ сложеніе учинится нижепоказаннымъ образомъ:

	2520
$\frac{1}{2}$	1260
$\frac{2}{3}$	1680
$\frac{1}{4}$	630
$\frac{2}{5}$	1008
$\frac{1}{6}$	420
$\frac{2}{7}$	720
$\frac{1}{8}$	315
$\frac{2}{9}$	560

Сумма $\frac{6593}{2520}$, или $2\,\frac{1553}{2520}$.

Р 2 IV.

IV. Четыре человѣка положили въ складку денегъ, одинъ $15\frac{1}{2}$ рубл. другой $12\frac{3}{4}$ рубл. третей $10\frac{2}{5}$ рубл. а четвертой $8\frac{7}{10}$ рубл. Спрашивается сколько было всѣхъ оныхъ денегъ.

Для сысканія суммы оныхъ денегъ надобно сложить числа $15\frac{1}{2}$, $12\frac{3}{4}$, $10\frac{2}{5}$, $8\frac{7}{10}$, что учинится слѣдующимъ образомъ:

	20
$15\frac{1}{2}$	10
$12\frac{3}{4}$	15
$10\frac{2}{5}$	8
$8\frac{7}{10}$	14
Сумма 45	$\frac{47}{20}$, или $47\frac{7}{20}$ рубл.

Ибо сумма долей есть $\frac{47}{20}$, или 2 и $\frac{7}{20}$; и такъ когда два цѣлые рубля приложатся къ 45 рублямъ, то вся искомая сумма будетъ состоять въ $47\frac{7}{20}$ рубля.

V. Ежели числа $217\frac{32}{75}$, $340\frac{28}{45}$, и $425\frac{40}{63}$ надлежитъ сложить, то ихъ сумма найдется слѣдующимъ образомъ:

		1575
$217\frac{32}{75}$		672
$340\frac{28}{45}$		980
$425\frac{40}{63}$		1000

Сумма 982 $\frac{2652}{1575}$, или $983\frac{1077}{1575}$; то есть $983\frac{359}{525}$: для того что прежнее ломаное число можно еще на 3 уменьшить.

Примѣры вычитанія въ доляхъ.

I. Спрашивается, сколько будетъ въ остаткѣ, когда $\frac{1}{3}$ вычтется изъ $\frac{3}{5}$?

Для сысканія сего остатка надлежитъ данныя доли привести къ одинакому знаменателю, а потомъ дѣлать вычитаніе слѣдующимъ образомъ:

	$\frac{3}{5}$	$\frac{9}{15}$
	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{15}$
въ остаткѣ		$\frac{4}{15}$

II. Ежели кто хочетъ знать разность между долями $\frac{12}{17}$ и $\frac{20}{41}$; или сыскать сколько за вычетомъ одного ломанаго числа изъ другаго останется: то надобно вычесть меньшое число изъ большаго. А понеже еще не извѣстно, которое ломаное число изъ сихъ больше другаго: того ради

должно то напередъ сыскать. Но сїе найдется въ тожъ самое время, когда данныя ломаныя числа приведутся къ одинакимъ знаменателямъ: для того что котораго ломанаго числа числитель будетъ больше, то ломаное число и само будетъ больше другаго. Чего ради надлежитъ только данныя ломаныя числа привести къ одинакимъ знаменателямъ, и меньшое вычесть изъ большаго, какъ слѣдуетъ:

$\frac{12}{17}$	$\frac{492}{697}$
$\frac{29}{41}$	$\frac{493}{697}$
Въ остаткѣ	$\frac{1}{697}$

Отъ сего видно, что $\frac{29}{41}$ больше нежели $\frac{12}{17}$; и что разность между ими состоитъ въ $\frac{1}{697}$.

III. Желаютъ вѣдать, которое изъ сихъ ломаныхъ чиселъ $\frac{13}{21}$ и $\frac{55}{89}$ больше другаго; также и чѣмъ большое ломаное число больше меньшаго?

Чего ради надлежитъ данныя ломаныя числа привести къ одинакимъ знаменателямъ, отъ чего можно будетъ тотчасъ увидѣть, которое изъ нихъ больше другаго, и сколь велика между ими разность,

$$\begin{array}{c|c} \frac{13}{21} & \frac{1157}{1869} \\ \frac{55}{89} & \frac{1155}{1869} \\ \hline \end{array}$$

Въ остаткѣ $\frac{2}{1869}$.

Слѣдовательно $\frac{13}{21}$ больше нежели $\frac{55}{89}$; а разность между ими состоитъ въ $\frac{2}{1869}$.

IV. Изъ $3\frac{7}{12}$ надобно вычесть $1\frac{4}{9}$.

Чего ради приводятся ломаныя числа къ одинакимъ знаменателямъ, и дѣлается вычитанїе вышепоказаннымъ образомъ.

$$\begin{array}{c|c} 3\frac{7}{12} & \frac{21}{36} \\ 1\frac{4}{9} & \frac{16}{36} \\ \hline \end{array}$$

Въ остаткѣ 2 $\frac{5}{36}$

V. Ежели 23 $\frac{13}{30}$ надобно вычесть изъ 49_{105} то остатокъ найдется слѣдующимъ образомъ:

$$\begin{array}{c|c} 49\frac{8}{105} & \frac{16}{210} \\ 23\frac{13}{30} & \frac{91}{210} \\ \hline \end{array}$$

Въ остаткѣ 25 $\frac{135}{210}$, или 25 $\frac{9}{14}$

ГЛАВА VIII.

О УМНОЖЕНІИ ВЪ ДОЛЯХЪ.

I.

Когда ломаное число надлежитъ умножать цѣлымъ, тогда умножается только числитель онаго ломанаго числа̀ цѣлымъ, а знаменатель оставляется прежней. Также когда цѣлое число съ долями цѣлымъ числомъ умножить надобно, то умножается сперва онымъ числомъ цѣлое число, а потóмъ и доли особливо, причемъ оба произведенія вмѣстѣ даютъ искомое произведеніе. Но при найденномъ такимъ образомъ ломаномъ числѣ должно еще рассуждать, не содержитъ ли оно въ себѣ одного или нѣсколькихъ цѣлыхъ чиселъ, и не можетъ ли уменьшено быть: по тому что въ такихъ случаяхъ надлежитъ ломаное число изображать какъ можно лехче и простяе.

Основаніе сего предложенія зависитъ отъ свойства умноженія, которое не что иное, какъ сложеніе многихъ между собою равныхъ чиселъ, какъ сіе при умноженіи цѣлыми числами доказано. Чего ради ежели ло-

ломаное число надобно умножить 2мя, то надлежит оное написать только дважды сряду, а потомъ сложить, которыя оба числа, для того что они равныхъ знаменателей и числителей имѣютъ, въ суммѣ или въ произведенiи дадутъ такое ломаное число, котораго числитель противъ числителя даннаго ломанаго числа будетъ вдвое больше, а знаменатель равенъ будетъ прежнему знаменателю. И такъ когда ломаное число случится умножать 2мя, тогда надобно только его числителя 2мя умножить. Такъ произведенiе 2хъ и $\frac{1}{3}$ти, или дважды $\frac{1}{3}$ти, будетъ $\frac{2}{3}$; а дважды $\frac{4}{7}$ дадутъ $\frac{8}{7}$ или $1\frac{1}{7}$. Также когда ломаное число надобно умножить 3мя, или 4мя, или инымъ какимъ ни будь числомъ: то сiе умноженiе учинится, когда данное ломаное число трожды, или четырежды, или столько разъ, сколько множитель въ себѣ содержитъ, сряду напишется, а потомъ всѣ оныя ломаныя числа сложатся вмѣстѣ. Но понеже такiя ломаныя числа между собою совершенно равны: того ради складываются только ихъ числители, то есть умножается числитель ломанаго числа 3мя, или 4мя, или другимъ даннымъ числомъ. Отъ сего видно, что ежели какое ломаное число надобно даннымъ цѣлымъ числомъ умножить: то произведенiе найдется, когда только числитель онымъ числомъ умножится, а знаменатель оставится прежней

безъ всякой перемѣны. Такъ 3жды $\frac{1}{2}$ учинитъ $\frac{3}{2}$, то есть $1\frac{1}{2}$; 4жды $\frac{3}{14}$ учинятъ $\frac{12}{14}$ то есть $\frac{6}{7}$; а 15тью $\frac{2}{5}$ учинятъ $\frac{30}{5}$, или 6 цѣлыхъ. И такъ для умноженія ломанаго числа даннымъ цѣлымъ числомъ надлежитъ примѣчать сіе правило: *Умножь числителя ломанаго числа даннымъ цѣлымъ числомъ, а подъ произведеніемъ, какъ подъ числителемъ, напиши знаменателя прежняго даннаго ломанаго числа: то и найдется искомое произведеніе.* Для большаго изъясненія могутъ служить слѣдующіе примѣры:

21 разъ $\frac{5}{28}$ дѣлаютъ $\frac{105}{28}$, или $3\frac{3}{4}$.
144 раза $\frac{19}{60}$ дѣлаютъ $\frac{2736}{60}$, или $45\frac{3}{5}$.
250 разъ $\frac{27}{50}$ дѣлаютъ $\frac{6750}{50}$, или 135.

Но хотя сіе правило потребно здѣсь только къ умноженію ломанаго числа цѣлымъ; однакожъ можетъ оно и до всѣхъ случаевъ вообще простираться, и содержитъ въ себѣ также и умноженіе одного ломанаго числа другимъ ломанымъ числомъ. А именно когда надобно одно ломаное число умножить другимъ ломанымъ числомъ: тогда надлежитъ также только числителя одного ломанаго числа умножить другимъ ломанымъ числомъ, для сысканія числителя искомаго произведенія, котораго знаменатель остается прежней знаменатель. Но понеже такимъ образомъ числитель

най-

найденнаго ломанаго числа дѣлается обыкновенно и самъ ломанымъ числомъ: то такимъ произведенїемъ удовольствоваться не можно: такъ ежели бы $\frac{2}{3}$ надлежало умножить $\frac{4}{7}$мя, то бы по сему правилу въ произведенїи вышло такое ломаное число, котораго числитель содержитъ 2жды $\frac{4}{7}$, или $\frac{8}{7}$, а знаменатель есть 3; но отъ того о семъ произведенїи яснаго понятїя получить еще не можно. Однакожъ мы въ слѣдующемъ по семужъ основанїю яснѣе покажемъ, какимъ образомъ въ такихъ умноженїяхъ произведенїе свойственнымъ ломанымъ числомъ, котораго числитель и знаменатель изъ цѣлыхъ чиселъ состоятъ, изобразить можно. А здѣсь потребно намъ сїе правило къ такимъ только случаямъ, когда ломаное число надобно умножать цѣлымъ; и при такихъ умноженїяхъ сїе правило не имѣетъ уже никакихъ затрудненїй. И такъ понеже мы помощїю сего правила всякое ломаное число цѣлымъ умножать можемъ: то по сему правилу и цѣлыя числа съ долями всякимъ цѣлымъ числомъ способно умножать можно. Ибо въ такихъ случаяхъ множитель есть цѣлое число, а множимое число состоитъ изъ двухъ частей, изъ которыхъ одна также цѣлое, а другая ломаное число содержитъ: то произведенїе найдется, когда каждая часть множимаго числа множителемъ порознь умножена будетъ, и особливыя оныя произведенїя сложатся вмѣстѣ.

Такъ

Такъ когда надобно $3\frac{2}{5}$ умножить 2мя, то найдется произведенїе $6\frac{4}{5}$: для того что 2жды $\frac{2}{5}$ дѣлаютъ $\frac{4}{5}$; а 2жды 3 дѣлаютъ 6. Также $7\frac{4}{9}$ умноженныя 6тью даютъ въ произведенїи $42\frac{24}{9}$, то есть 44 $\frac{2}{3}$: для того что 6тью $\frac{4}{9}$ даютъ $\frac{24}{9}$, или $2\frac{2}{3}$, а 6тью 7 даютъ 42, которыя вмѣстѣ съ прежними 2мя дѣлаютъ 44. Но такїе же примѣры можно дѣлать и прежнимъ способомъ, хотя нѣсколько съ бóльшимъ трудомъ, а именно приводя цѣлыя чи́сла съ долями въ одно ломаное число. Такъ для умноженїя $3\frac{2}{5}$ числомъ 2, можно вмѣсто $3\frac{2}{5}$ написать $\frac{17}{5}$, которыя будучи умножены 2мя даютъ $\frac{34}{5}$, то есть $6\frac{4}{5}$, такъ какъ то и прежде найдено было. Равнымъ же образомъ и при второмъ примѣрѣ $7\frac{4}{9}$ перемѣняются въ $\frac{67}{9}$, котóрыя будучи умножены 6тью даютъ $\frac{402}{9}$, то есть $44\frac{6}{9}$, или $44\frac{2}{3}$, какъ то и прежде найдено. И такъ сей послѣдней способъ можетъ служить вмѣсто доказательства тому, что преждеобъявленной способъ есть праведенъ.

2) Когда ломаное число умножится цѣлымъ, которое равно знаменателю онаго: то произведенїе будетъ

будетъ цѣлое число, числителю онаго ломанаго числа́ равное. Или когда ломаное число умножится своимъ знаменателемъ: тогда самой его числитель будетъ то произведенїе, которое отъ такого умноженїя выходитъ. А когда цѣлое число, которымъ умножается ломаное, будетъ знаменателя вдвое больше, то и произведенїе также будетъ вдвое больше числителя; и во сколько разъ то число, которымъ ломаное умножается, будетъ больше его знаменателя, во столько же разъ и произведенїе больше будетъ числителя того ломанаго числа̀.

Чего ради, ежели ломаное число $\frac{3}{5}$ умножится числомъ 5, то есть своимъ знаменателемъ: то произведенїе должно быть по сему пра́вилу 3, то есть равное числителю даннаго ломанаго числа̀. Но тожъ произведенїе выдетъ и по прежнему пра́вилу, въ которомъ показывали мы какъ надобно ломаное число умножать цѣлымъ: по тому что когда $\frac{3}{5}$ умножатся числомъ 5, то будетъ произведенїе $\frac{15}{5}$, или 3 цѣлыя. Сїе ужѐ довольно показываетъ основанїе предложеннаго здѣсь пра́вила. Ибо ежели мы всякое ломаное число станемъ по прежде данному

пра́-

правилу умножать его знаменателемъ: то произведенїе будетъ всегда такое ломаное число, у котораго прежней числитель умноженной знаменателемъ, а знаменатель тотже, которой былъ и прежде. Чего ради въ такомъ ломаномъ числѣ числителя можно раздѣлить на знаменателя, а частное число, которое показываетъ содержанїе ломанаго числа, будетъ притомъ самой числитель даннаго ломанаго числа. Отъ сего можно видѣть, что когда ломаное число умножится своимъ знаменателемъ, то самой его числитель дастъ искомое произведенїе. И хотя въ такихъ случаяхъ тожъ произведенїе находится и чрезъ первое правило: однакожъ притомъ должно употреблять и умноженїе и дѣленїе; а по сему правилу ничего того дѣлать не надобно, но надлежитъ только числителя написать вмѣсто произведенїя. Такъ когда ломаное число $\frac{17}{28}$ умножится 28мью, то произведенїе будетъ 17; или, ежели $\frac{121}{125}$ умножится числомъ 125, то произведенїе будетъ 121. Сїе правило потребно намъ будетъ послѣ особливо къ тому, чтобъ можно было знать, какимъ числомъ ломаное число надлежитъ умножить, чтобъ въ произведенїи вышло цѣлое число. А именно видно отъ сего, что ломаное число, для полученїя въ произведенїи цѣлаго числа, надобно умножать его знаменателемъ, для того что тогда произведенїе будетъ равно числителю

онаго

онаго ломанаго числа. Но и кромѣ знаменателей ломанаго числа есть еще бесконечное множество другихъ чиселъ, которыя, ежели ими ломаныя числа умножены будутъ, въ произведенїи также дадутъ цѣлыя числа. Ибо ежели произведенїе выходитъ всегда равно числителю, когда множитель равенъ бываетъ знаменателю: то по свойству умноженїя извѣстно, что ежели множитель взятъ будетъ вдвое, или втрое, или въ нѣсколько разъ больше прежняго, то есть знаменателя, тогда и произведенїе во столько же разъ должно быть больше прежняго произведенїя, то есть числителя онаго ломанаго числа. Отъ сего слѣдуетъ, что во сколько разъ то число, которымъ ломаное число умножать надлежитъ, больше его знаменателя, во столькожъ разъ и произведенїе будетъ больше числителя онаго ломанаго числа. Такъ ежели $\frac{7}{12}$ умножатся 24мя, то произведенїе будетъ 14: для того что здѣсь число 24 вдвое больше знаменателя 12, и по тому должно также и произведенїе 14 быть вдвое больше числителя 7. равнымъ же образомъ когда $\frac{2}{3}$ надобно умножить 18тью, то видно, что множитель 18 вшестеро больше знаменателя 3; чего ради и произведенїе будетъ вшестеро больше числителя 2; слѣдовательно будетъ оно 12. Но хотя такихъ чиселъ и бесконечно много, которыя умножая ломаное число производятъ цѣлыя числа: однакожъ лучше употреблять на то

само-

самого только знаменателя: для того что такимъ образомъ получается самое меньшое произведенїе въ цѣлыхъ числахъ, и находится безъ всякаго исчисленїя.

3) Когда надобно два или нѣсколько ломаныхъ чиселъ между собою умножить, тогда произведенїе находится слѣдующимъ образомъ: Сперва умножаются между собою числители, а то, что отъ того умноженїя происходитъ, даетъ числителя искомаго произведенїя; потомъ умножаются также и знаменатели между собою, а что отъ ихъ умноженїя выходитъ, то даетъ знаменателя искомаго произведенїя. Чего ради произведенїе двухъ или многихъ между собою умноженныхъ ломаныхъ чиселъ состоитъ изъ такого ломанаго числа, котораго числитель есть произведенїе числителей, а знаменатель произведенїе знаменателей оныхъ ломаныхъ чиселъ.

По сему правилу два или нѣсколько ломаныхъ чиселъ между собою умножать уже весьма нетрудно, по тому что сїе дѣйствїе состоитъ въ одномъ только умноженїи числителей и знаменателей данныхъ дробей.

Чего

чего ради умноженіе дробей гораздо лехче и способнѣе, нежели сложеніе и вычитаніе, для которыхъ дроби прежде еще къ одинакимъ знаменателямъ приводить надобно; а умноженіе въ томъ никакой нужды не имѣетъ. Основаніе сего правила зависитъ отъ двухъ прежнихъ предложеній. Ибо посилѣ перваго предложенія ломаное число всякимъ числомъ умножается такъ, когда только числитель онаго тѣмъ числомъ умножится, а знаменатель оставится прежней безъ всякой перемѣны. И хотя сіе правило только при умноженіи ломаныхъ чиселъ цѣлыми употреблено было, однакожъ простирается оно и до умноженія дробей дробями, или ломаныхъ чиселъ между собою; какъ мы о томъ и прежде упомянули. Но ежели по сему правилу числитель ломанаго числа и подлинно умножится другимъ ломанымъ числомъ, чтобъ получить числителя искомаго произведенія: то произойдетъ притомъ сіе затрудненіе, что тогда числитель произведенія здѣлается обыкновенно и самъ ломанымъ числомъ, и слѣдовательно о содержаніи такого произведенія яснаго понятія имѣть не можно будетъ. Такъ напримѣръ ежели $\frac{7}{12}$ надобно умножить ломанымъ числомъ $\frac{5}{9}$: то надлежитъ посилѣ сего правила числителя 7 умножить ломанымъ числомъ $\frac{5}{9}$, чтобъ получить числителя искомаго произведенія, которой будетъ $\frac{35}{9}$, а знаменатель произведенія останется 12. И такъ въ семъ примѣрѣ произ-

веденіе есть такое ломаное число, котораго числитель $\frac{35}{9}$, а знаменатель 12. Но понеже мы поныне только о такихъ ломаныхъ числахъ говорили, которыхъ числители и знаменатели состоятъ изъ цѣлыхъ чиселъ: то надлежитъ теперь рассуждать, не можно ли такого несвойственнаго ломанаго числа перемѣнить въ другое, котораго какъ числитель такъ и знаменатель изображаются цѣлыми числами. Сіе можно учинить помощію прежняго предложенія: ибо извѣстно что ломаное число въ рассужденіи своего содержанія не перемѣняется, когда его числитель и знаменатель какимъ ни будь по изволенію взятымъ числомъ умножены будутъ: того ради должны мы здѣсь искать такого только числа, которое, ежели имъ числитель и знаменатель умножены будутъ, въ произведеніи дастъ цѣлыя числа. И такъ когда числитель ломанаго числа состоитъ и самъ изъ ломанагожъ числа, то надобно въ такомъ случаѣ только его знаменателемъ умножить числителя и знаменателя даннаго ломанаго числа. Такъ въ предложенномъ примѣрѣ произведеніе было такое ломаное число, котораго числитель состоялъ изъ $\frac{35}{9}$ а знаменатель изъ 12; но чтобъ сіе ломаное число можно было написать обыкновеннымъ образомъ: то надлежитъ числителя и знаменателя умножить 9тью, отъ чего произойдетъ другое ломаное число, котораго числитель будетъ 35, а знаменатель 108, и которое первому совершенно

вершенно равно. Чего ради ежели $\frac{7}{12}$ надобно умножить ломанымъ числомъ $\frac{5}{9}$, то въ произведенїи выдетъ $\frac{35}{108}$, что также и съ даннымъ правиломъ весьма согласно: для того что въ семъ ломаномъ числѣ числитель 35 есть произведенїе числителей 7ми и 5ти, а знаменатель 108 есть произведенїе знаменателей 12ти и 9ти; отъ чего и основанїе вышеобъявленнаго правила нѣкоторымъ образомъ ужѐ видно становится. Но чтобъ оное основанїе показать совершенно, то станемъ рассуждать два ломаныя числа, изъ которыхъ одно надобно умножить другимъ. Сїе учинится, когда числитель одного ломанаго числа̀ умножится другимъ ломанымъ числомъ, а знаменатель оставится безъ перемѣны. Такимъ образомъ произведенїе будетъ состоять изъ такого ломанаго числа̀, котораго знаменатель равенъ знаменателю перваго ломанаго числа̀; а числитель самъ по себѣ будетъ ломаное число, котораго знаменатель равенъ будетъ знаменателю другаго даннаго ломанаго числа̀, а числитель будетъ произведенїе изъ обоихъ числителей. Но когда въ семъ произведенїи числитель и знаменатель умножены будутъ знаменателемъ другаго ломанаго числа̀: тогда перемѣнится оно въ обыкновенное ломаное число, котораго числитель будетъ состоять изъ произведенїя числителей, а знаменатель изъ произведенїя знаменателей. Чего

ради сіе правило есть тожъ самое, которое для умноженія двухъ дробей, или ломаныхъ чиселъ между собою въ семъ предложеніи отъ насъ сообщено, и котораго основаніе мы здѣсь уже довольно истолковали. Но для большаго изъясненія надлежитъ и самое умноженіе въ доляхъ то есть которое дѣлается ломаными числами, показать пространнѣе; что наиспособнѣе нѣсколькими примѣрами учинено быть можетъ. Когда цѣлое или ломаное число надобно умножить одною половиною, или $\frac{1}{2}$ю, тогда ничего больше не требуется, какъ только чтобъ сыскать половину онаго цѣлаго или ломанаго числа. Ибо когда ищется двойное или тройное число даннаго числа, то оное не что иное значитъ, какъ только, чтобъ то число 2мя или 3мя умножить. Такъ слово въ слово и что, когда кто желаетъ сыскать половину даннаго числа, значитъ не что иное какъ только то, чтобъ оное число половиною, или $\frac{1}{2}$ною умножить. И такъ когда требуется половина ломанаго числа $\frac{3}{5}$, тогда надлежитъ $\frac{3}{5}$ умножить $\frac{1}{2}$ною отъ котораго умноженія по данному правилу выдутъ $\frac{3}{10}$. Равнымъ же образомъ, ежели кто желаетъ знать, сколько учинятъ двѣ трети девяти десятыхъ частей: то надобно оныя дроби $\frac{2}{3}$ и $\frac{9}{10}$ между собою умножить, отъ чего произойдутъ $\frac{18}{30}$, или $\frac{3}{5}$. Подобныхъ симъ примѣровъ

мѣровъ слѣдуетъ еще нѣсколько:

$\frac{3}{4}$ умноженныя $\frac{5}{6}$ю даютъ $\frac{15}{24}$, или $\frac{5}{8}$.
$\frac{1}{3}$ умноженная $\frac{15}{16}$ю даетъ $\frac{15}{48}$, или $\frac{5}{16}$.
$\frac{7}{12}$ умноженныя $\frac{12}{7}$ю даютъ $\frac{84}{84}$, или 1.

Отъ сего видно, что ежели какое ни будь число, то есть цѣлое или ломаное умножится ломанымъ числомъ, то произведенїе будетъ меньше множимаго числа; что нѣкоторымъ образомъ свойству умноженїя кажется быть противно: для того что умноженїе, рассуждая по имени, значитъ прибавленїе или увеличиванїе. Но сїе имя взято отъ умноженїя, которое дѣлается цѣлыми числами, а при ломаныхъ числахъ употребляется оно въ рассужденїи одного только ариѳметическаго дѣйствїя. Вся сила умноженїя состоитъ въ томъ, что когда одно число умножается другимъ, тогда оное число дѣлается во столько разъ больше, во сколько разъ множитель больше единицы; а когда какое число умножается единицею, тогда оно не перемѣняется. Отъ чего само собою слѣдуетъ, что ежели какое число умножится другимъ, которое единицы меньше, каковы всѣ ломаныя числа: тогда оное число отъ того умноженїя не только не увеличится, но еще умалится. Но сїе надлежитъ только о такихъ ломаныхъ числахъ разумѣть, которыя единицы или цѣлаго меньше: для того что когда какое ни будь число умножится такимъ лома-

нымЪ числомЪ, которое больше нежели 1, тогда и произведенїе будетЪ больше, нежели множимое число. ТакЪ ежели 7 умножится ломанымЪ числомЪ $\frac{3}{2}$, то выдетЪ $\frac{21}{2}$, или $10\frac{1}{2}$, что больше нежели множимое число 7. Еще надлежитЪ здѣсь тожЪ примѣчать, что и о умноженїи цѣлыхЪ чиселЪ сказано было, а именно, что при умноженїи ломаныхЪ чиселЪ то все равно, которое изЪ нихЪ вмѣсто множимаго и множителя не возмется. ТакЪ напримѣрЪ $\frac{3}{5}$ умноженныя $\frac{2}{3}$ми тожЪ учинятЪ, что $\frac{2}{3}$ умноженныя $\frac{3}{5}$мя; для того что вЪ обоихЪ случаяхЪ произведенїе будетЪ содержать $\frac{6}{15}$ или $\frac{2}{5}$. Чего ради $\frac{2}{3}$ трехЪ пятинЪ, столькожЪ значатЪ, сколько $\frac{3}{5}$ двухЪ третей, также и половина 6ти столькожЪ значитЪ, сколько 6тью $\frac{1}{2}$, то есть 3.

ОтЪ сего, что мы о умноженїи двухЪ ломаныхЪ чиселЪ между собою объявили, можно лехко познать, какЪ и три ломаныя числа или и больше между собою умножать должно. Ибо сперва надлежитЪ только два ломаныя числа между собою умножить, потомЪ произведенїе умножить третьимЪ ломанымЪ числомЪ, а что отЪ того умноженїя произойдетЪ, то умножить еще четвертымЪ ломанымЪ числомЪ, и такЪ далѣе, продолжая умноженїе до самаго послѣдняго изЪ данныхЪ ломаныхЪ чиселЪ. ОтЪ сего видно, что послѣднее произведенїе най-

дется

дется и такимъ образомъ, когда прежде всѣ числители, а потомъ и всѣ знаменатели между собою умножены будутъ. Такъ когда слѣдующія ломаныя числа $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, между собою надобно умножить, то произведенїе найдется $\frac{24}{120}$, котораго числитель 24 состоитъ изъ произведенія вѣхъ числителей, а знаменатель 120 изъ произведенія всѣхъ знаменателей. Сїе произведенїе $\frac{24}{120}$, или $\frac{1}{5}$ которая столькожъ значитъ, находится еще и такимъ образомъ, когда только по два ломаныя числа между собою будутъ множимы, какъ напримѣръ $\frac{1}{2}$ умноженная $\frac{2}{3}$мя даетъ $\frac{2}{6}$ или $\frac{1}{3}$; потомъ сїе произведенїе $\frac{1}{3}$ умноженное $\frac{3}{4}$мя даетъ $\frac{3}{12}$ или $\frac{1}{4}$; а сїе произведенїе умноженное еще $\frac{4}{5}$мя даетъ $\frac{4}{20}$ или $\frac{1}{5}$, которое ломаное число и прежде найдено было; такъ что $\frac{1}{5}$ есть произведенїе, которое происходитъ отъ умноженїя всѣхъ сихъ ломаныхъ чиселъ $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$. Отъ сего примѣра можемъ мы разрѣшить слѣдующїй вопросъ: Ежели изъ четырехъ человѣкъ первой имѣетъ 560 рублей, второй въ $\frac{3}{4}$ противъ того числа, которое имѣетъ первой, третей въ $\frac{2}{5}$ противъ втораго, а четвертой въ $\frac{5}{7}$ противъ третьяго: то спрашивается; по скольку три послѣдніе человѣка денегъ имѣютъ?

Понеже второй изъ тѣхъ людей имѣетъ въ $\frac{3}{4}$ противъ перваго, котораго имѣніе состоитъ въ 560 рубляхъ: того ради имѣніе втораго человѣка найдется, когда 560 умножены будутъ $\frac{3}{4}$мя; отъ чего выдетъ $\frac{1680}{4}$ или 420. А когда сумма втораго человѣка, то есть 420 умножится, $\frac{2}{5}$мя, то произведеніе $\frac{840}{5}$, или 168 рублей, дастъ имѣніе третьяго человѣка. Потомъ когда и сіе число умножится $\frac{5}{7}$ми, то произведеніе $\frac{840}{7}$ или 120 рублей покажетъ имѣніе четвертаго человѣка. Ежели же бы кто похотѣлъ вѣдать имѣніе одного только четвертаго человѣка, то можно бы было оное найти отъ того, что оно есть $\frac{5}{7}$ двухъ пятинъ, трехъ четвертей пяти сотъ шестидесяти рублей. А чтобъ сіе ясняе изобразить, то надлежитъ помянутыя ломаныя числа $\frac{5}{7}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{4}$ между собою умножить, а произведеніемъ умножить еще и 560. Но оныя ломаныя числа $\frac{5}{7}$, $\frac{2}{5}$ и $\frac{3}{4}$ между собою умноженныя даютъ $\frac{30}{140}$ или $\frac{3}{14}$, которымъ произведеніемъ, ежели умножится и 560, то выдетъ $\frac{1680}{14}$ или 120 рублей, такъ какъ и прежде.

Отъ сего примѣра видно, что по данному правилу часто такое произведеніе выходитъ, которое можно изобразить или цѣлымъ числомъ,

сломъ, или не такъ великимъ ломанымъ числомъ, нежели какое по правилу находится. А именно сiе дѣлается тогда, когда числителя и знаменателя найденнаго въ произведенiи ломанаго числа на какое ни будь общее число раздѣлить можно. Въ такихъ случаяхъ получаются по данному правилу часто безъ нужды великiя числа, которыя потомъ въ найденномъ ломаномъ числѣ еще уменьшать надобно. Чего ради для отвращенiя сего излишняго труда сообщимъ мы въ слѣдующемъ предложенiи такое правило, помощiю котораго искомое произведенiе въ самыхъ меньшихъ числахъ получить можно, такъ что никакого уменьшенiя притомъ употреблять уже не надобно будетъ, ежели только сперва ломаныя числа, которыя между собою умножать надлежитъ, изображены будутъ самыми меньшими числами.

4) Чтобъ при умноженiи между собою двухъ или нѣсколькихъ ломаныхъ чиселъ произведенiе вышло тотчасъ въ самыхъ меньшихъ возможныхъ числахъ: то надлежитъ разсуждать, не имѣетъ ли числитель съ какимъ ни будь знаменателемъ общаго дѣлителя, а потомъ обоихъ раздѣлить на ихъ большаго общаго дѣлителя, и вмѣсто ихъ поставить най-

 денныя

денныя частныя числа. Такимъ образомъ должно поступать съ каждымъ числителемъ и знаменателемъ; и когда они всѣ сколько можно уже уменьшены будутъ, тогда по прежнему правилу надлежитъ числителей и знаменателей, или больше сказать тѣ числа, которыя по учиненномъ уменьшенiи на ихъ мѣста поставятся, между собою умножить; то произведенiе такимъ образомъ получится въ самыхъ меньшихъ возможныхъ числахъ.

Понеже по прежнему правилу умноженiе двухъ, или нѣсколькихъ ломаныхъ чиселъ дѣлается такимъ образомъ, когда сперва всѣ числители, а потомъ и всѣ знаменатели между собою умножатся: то всякой числитель умножаемыхъ дробей есть дѣлитель числителя въ произведенiи, а всякой знаменатель есть дѣлитель знаменателя въ произведенiи. Чего ради ежели какой ни будь числитель съ какимъ ни будь знаменателемъ имѣетъ общаго дѣлителя: то и въ произведенiи можно числителя и знаменателя раздѣлить на тогожъ дѣлителя, и слѣдовательно онсе произведенiе изобразить меньшими числами. Но когда числители и знаменатели еще прежде умноженiя на своихъ общихъ дѣлителей раздѣлены бу-

будутъ, и на ихъ мѣста частныя числа поставятся: то сїе будетъ имѣть такуюжъ силу, какъ будто бы послѣ умноженїя числитель и знаменатель въ произведенїи на своего общаго дѣлителя раздѣлены были. Отъ сего слѣдуетъ, что когда числители и знаменатели дробей на общихъ дѣлителей раздѣлятся, то произведенїе выдетъ тотчасъ въ меньшихъ числахъ, нежели прежде, и тогда уже никакого уменьшенїя больше не надобно. И такъ ежели прежде умноженїя каждой числитель съ каждымъ знаменателемъ на большаго общаго дѣлителя уменьшены будутъ: то произведенїе получится въ самыхъ меньшихъ возможныхъ числахъ. Чего ради когда два или нѣсколько ломаныхъ чиселъ къ умноженїю предложены будутъ: то надлежитъ прежде всего рассуждать, не можно ли между ними сыскать такихъ числителей и знаменателей, которые имѣютъ общихъ дѣлителей, и потомъ ихъ раздѣлить на большаго общаго дѣлителя, а частныя числа поставить на ихъ мѣста. Послѣ надлежитъ также рассуждать не находится ли такихъ числителей и знаменателей еще больше, и поступать съ ними такимъ же образомъ. А когда уже ни одного числителя и знаменателя больше не останется, которые бы между собою могли уменьшены быть, тогда должно приступить къ самому умноженїю, и вмѣсто почерненыхъ числителей и знаменателей умножать на ихъ

мѣста

мѣста поставленныя чи́сла. Сїю способность въ умноженїи дробей можно наилучше показать примѣрами. Такъ когда $\frac{5}{9}$ надобно умножить $\frac{3}{20}$мя: то видно, что числитель 5 и знаменатель 20 могутъ уменьшены быть на 5; чего ради вмѣсто 5ти надлежитъ поставить 1, а вмѣсто 20ти надобно поставить 4. Также можно числителя 3 и знаменателя 9 уменьшить на 3, и для того вмѣсто 9ти должно поставить 3, а вмѣсто 3хъ написать 1. Сїе уменьшенїе дѣлается слѣдующимъ образомъ:

$$\frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{3}{\cancel{9}}} \text{ умноженныя чрезъ } \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{4}{\cancel{20}}} \text{ даютъ } \frac{1}{12}$$

Потомъ умножаются, послѣ прежняго правила, числители и знаменатели, или больше сказать, на ихъ мѣста положенныя чи́сла между собою, которыя въ семъ примѣрѣ для произведенїя даютъ $\frac{1}{12}$. Но тожъ произведенїе можно бы было сыскать и прежнимъ способомъ, а именно такъ:

$\frac{5}{9}$ умнож. чрезъ $\frac{3}{20}$ даютъ $\frac{15}{180}$, или $\frac{1}{12}$.

Но понеже сїе произведенїе найдено въ великихъ числахъ; а именно $\frac{15}{180}$, между которыми надлежитъ еще искать большаго общаго дѣлителя, чтобъ $\frac{1}{12}$ получить можно было: то показанной здѣсь послѣдней способъ умноженїя

прежняго

прежняго гораздо лехче и короче. Послѣдуя сему способу умножимъ еще слѣдующїя ломаныя числа между собою: $\frac{15}{28}$ и $\frac{21}{25}$, которое умноженїе учинится такъ:

$$\frac{\overset{3}{\cancel{15}}}{\underset{4}{\cancel{28}}} \text{ умнож. чрезъ } \frac{\overset{3}{\cancel{21}}}{\underset{5}{\cancel{25}}} \text{ даютъ } \frac{9}{20}.$$

А именно 15 и 25 уменьшаются между собою на 5, а 21 и 28 уменьшаются на 7, причемъ выходитъ произведенїе $\frac{9}{20}$, состоящее въ самыхъ меньшихъ возможныхъ числахъ. Ежели еще ломаное число $\frac{9}{10}$ надобно умножить $\frac{10}{9}$тью, то въ произведенїи выдетъ 1 какъ слѣдуетъ:

$$\frac{\overset{1}{\cancel{9}}}{\underset{1}{\cancel{10}}} \text{ умнож. чрезъ } \frac{\overset{1}{\cancel{10}}}{\underset{1}{\cancel{9}}} \text{ даютъ } \frac{1}{1}, \text{ то есть } 1.$$

Отъ сего примѣра видно, что ежели между данными ломаными числами всегда числитель одного ломанаго числа равенъ будетъ знаменателю другаго ломанаго числа: то въ произведенїи выдетъ 1. Такъ $\frac{2}{3}$ умноженныя $\frac{3}{2}$мя даютъ въ произведенїи 1, и $\frac{5}{6}$ умноженныя $\frac{6}{5}$ даютъ также 1, и такъ далѣе. Ежели же цѣлое число надобно умножать ломанымъ, то показанной способъ можетъ служить и въ такомъ случаѣ: для того что цѣлое число можно почесть за числителя, котораго зна-

знаменатель 1; какъ мы уже и прежде объявили, что напримѣръ $\frac{6}{1}$ вмѣсто 6 написать можно. И такъ когда ломаное число надобно умножать цѣлымъ, тогда можно цѣлое оное число изобразить на подобіе ломанаго, котораго знаменатель 1, и дѣлать притомъ уменьшеніе такъ какъ и прежде. Чего ради ежели 15 надлежитъ умножить $\frac{4}{9}$мя, то произведеніе $\frac{20}{3}$ или $6\frac{2}{3}$ находится слѣдующимъ образомъ:

5
$\frac{15}{1}$ умнож. чрезъ $\frac{4}{9}$ даютъ $\frac{20}{3}$, или $6\frac{2}{3}$.
3

А хотя ломаныхъ чиселъ, которыя между собою умножать надобно, больше двухъ случится, то сей способъ можно и тогда также съ пользою употреблять, какъ отъ слѣдующихъ примѣровъ видно.

1 . . 1 . . 1
$\frac{3}{4}$ умнож. чрезъ $\frac{2}{15}$ и еще чрезъ $\frac{5}{21}$ даютъ $\frac{1}{21}$.
2 . . 5 . . 10
1 . . 1

Также

3 . . 2 . . 1 . . 2
$\frac{33}{35}$ чрезъ $\frac{14}{55}$ да чрезъ $\frac{15}{77}$ да еще чрезъ $\frac{22}{105}$ даютъ $\frac{12}{1225}$.
7 . . 5 . . 7 . . 35
1

Равнымъ

равнымъ же образомъ:

$\frac{6}{7}$ умнож. чрезъ $\frac{7}{33}$ и еще чрезъ $\frac{11}{14}$ даютъ $\frac{1}{7}$.

Такимъ же образомъ надлежитъ поступать и во всѣхъ прочихъ симъ подобныхъ примѣрахъ.

5) Когда тѣ числа, которыя надлежитъ между собою умножать, будутъ не изъ однихъ только дробей состоять, но изъ цѣлыхъ и ломаныхъ чиселъ вмѣстѣ: тогда можно ихъ всѣхъ или въ ломаныя числа привести, какъ то прежде показано было, а потомъ умноженїе дѣлать вышеобъявленнымъ образомъ; или оставя то, каждую часть одного числа умножать каждою частью другаго числа, а потомъ всѣ оныя произведенїя сложить вмѣстѣ, то сумма дастъ искомое произведенїе.

Оба объявленные способы, какъ цѣлыя числа съ долями между собою умножать, въ разсужденїи своего основанїя между собою совершенно сходны: но въ разсужденїи порядка въ умноженїи и ихъ пользы находится между ими превеликая разность. Ибо часто упо-

тре-

требляется первой способъ умноженія съ великою пользою, а часто другой, такъ что ни одного другому предпочесть не можно, и для того надлежитъ въ обоихъ равно обучаться. Но въ какихъ случаяхъ, которой изъ нихъ лучше употребленъ быть можетъ, оное видно будетъ отъ того, когда каждой изъ нихъ пространнѣе истолкуется. Первой способъ состоитъ въ томъ, чтобъ числа изъ цѣлыхъ и ломаныхъ состоящія приводить въ одни только ломаныя числа, и употребляя показанную въ прежнемъ предложеніи способность дѣлать умноженіе.

Но мы еще въ шестой главѣ объявили, что число изъ цѣлаго и ломанаго состоящее перемѣняется въ одно только ломаное число такимъ образомъ, когда цѣлое число умножено будетъ знаменателемъ ломанаго числа, а къ произведенію приложится числитель, причемъ сумма дастъ числителя искомаго ломанаго числа, при которомъ знаменатель оставляется прежней. И такъ посредствомъ сего перемѣненія умноженіе такихъ ломаныхъ чиселъ не имѣетъ уже больше никакой трудности; Чего ради предложимъ мы здѣсь для изъясненія сего способа въ умноженіи только нѣкоторые примѣры. Такъ ежели $1\frac{1}{3}$ надобно умножить чрезъ $2\frac{1}{2}$, то вмѣсто $1\frac{1}{3}$ должно взять $\frac{4}{3}$, а вмѣсто $2\frac{1}{2}$ надлежитъ взять $\frac{5}{2}$, и дѣлать умноженіе по прежде-

сообщен-

сообщенному показанію слѣдующимъ образомъ:

$1\frac{1}{3}$ умноженныя чрезъ $2\frac{1}{2}$, или

$\frac{\overset{2}{\cancel{4}}}{3}$ умнож. чрезъ $\frac{5}{\underset{1}{\cancel{2}}}$ даютъ $\frac{10}{3}$, или $3\frac{1}{3}$.

Такимъ же образомъ $3\frac{3}{4}$ умножаются чрезъ $5\frac{1}{3}$

$3\frac{3}{4}$ умноженныя чрезъ $5\frac{1}{3}$, или

$\frac{\overset{5}{\cancel{15}}}{\underset{1}{\cancel{4}}}$ умноженныя $\frac{\overset{4}{\cancel{16}}}{\underset{1}{\cancel{3}}}$тью даютъ $\frac{20}{1}$, или 20.

Когда ломаное число надлежитъ умножать цѣлымъ числомъ съ долями, тогда надобно также только оное цѣлое число съ долями перемѣнить въ одно ломаное число, а потомъ умноженіе дѣлать вышепоказаннымъ образомъ. Напримѣръ, ежели $5\frac{7}{12}$ надобно умножить чрезъ $\frac{21}{25}$, то вмѣсто $5\frac{7}{12}$ должно написать $\frac{67}{12}$, и умножать слѣдующимъ образомъ:

$5\frac{7}{12}$ умноженныя чрезъ $\frac{21}{25}$, или

$\frac{67}{\underset{4}{\cancel{12}}}$ умн. чрезъ $\frac{\overset{7}{\cancel{21}}}{25}$ даютъ $\frac{469}{100}$, или $4\frac{69}{100}$.

Ежели же случится цѣлыхъ чиселъ съ долями больше нежели два, которыя между собою умножать надобно, тогда по приведе-

 ніи

нїи оныхъ въ одни только ломаныя числа дѣлается умноженїе такимъ образомъ, какъ въ прежнемъ предложенїи показано. Такъ напримѣръ при умноженїи сихъ сложенныхъ чиселъ $2\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{3}$, $5\frac{2}{5}$, находится произведенїе слѣдующимъ образомъ:

$2\frac{1}{2}$ умнож. чрезъ $3\frac{1}{3}$ и еще чрезъ $5\frac{2}{5}$, или
1 5 9
$\frac{5}{2}$ умнож. чрезъ $\frac{10}{3}$ и еще чрезъ $\frac{27}{5}$ даютъ 45,
1 1 1

Сей способъ умноженїя такихъ чиселъ между собою, которыя сложены изъ цѣлыхъ и ломаныхъ, надлежитъ особливо тогда употреблять, когда цѣлыя числа бываютъ не очень велики, и слѣдовательно тѣмъ способнѣе въ ломаныя перемѣнены быть могутъ. А когда случаются при доляхъ великїя цѣлыя числа, тогда лучше употреблять другой способъ умноженїя, при которомъ сложенныхъ чиселъ въ ломаныя перемѣнять не надобно. А именно при семъ второмъ способѣ умноженїя разсуждаются умножаемыя между собою числа, какъ числа сложенныя, и каждая часть одного числа умножается каждою частью другаго, а произведенїя складываются въ одну сумму, которая даетъ искомое произведенїе. Такъ когда одно цѣлое число съ долями надобно умножить другимъ цѣлымъ числомъ съ долями, тогда

умно-

умножаются сперва цѣлыя числа между собою, потомъ каждое цѣлое число умножается долями другаго числа, а напослѣдокъ умножаются также и доли между собою, которыя четыре произведенія будучи вмѣстѣ сложены даютъ искомое произведеніе. Такъ ежели $7\frac{1}{2}$ надобно умножить чрезъ $12\frac{2}{3}$, то надлежитъ сперва 7 умножить 12тью, что даетъ 84, потомъ 7 умножается $\frac{2}{3}$, что даетъ $\frac{14}{3}$, послѣ 12 умножается $\frac{1}{2}$ною, что даетъ $\frac{12}{2}$ или 6, а напослѣдокъ $\frac{1}{2}$ умножается $\frac{2}{3}$мя, что даетъ $\frac{2}{6}$, или $\frac{1}{3}$, а всѣ означенныя произведенія вмѣстѣ даютъ 95, которое число есть искомое произведеніе. Самой порядокъ умноженія производится слѣдующимъ образомъ:

$7\frac{1}{2}$	7 умнож. 12тью даютъ 84
$12\frac{2}{3}$	
84	7 умнож. $\frac{2}{3}$мя даютъ $\frac{14}{3}$ или $4\frac{2}{3}$
$4\frac{2}{3}$	12 умнож. $\frac{1}{2}$ною даютъ $\frac{12}{2}$ или 6
6	
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$ умнож. $\frac{2}{3}$мя даетъ $\frac{2}{6}$ или $\frac{1}{3}$

Все произв. 95 цѣлыхъ

Также ежели $17\frac{2}{5}$ надобно умножить чрезъ $19\frac{4}{9}$, то произведеніе найдется слѣдующимъ образомъ:

$19\frac{4}{9}$	7 умнож. 10тью даютъ 323
$17\frac{2}{5}$	9 умнож. $\frac{2}{5}$мя даютъ $\frac{38}{5}$ или $7\frac{3}{5}$
323	17 умнож. $\frac{4}{9}$мя даютъ $\frac{68}{9}$ или $7\frac{5}{9}$
$7\frac{3}{5}$ | $\frac{27}{45}$	$\frac{4}{9}$ умнож. $\frac{2}{5}$мя даютъ $\frac{8}{45}$
$7\frac{5}{9}$ | $\frac{25}{45}$	
$\frac{8}{45}$ | $\frac{8}{45}$	

Произв. $337\frac{60}{45}$, то есть $338\frac{15}{45}$, или $338\frac{1}{3}$.

Отъ сихъ примѣровъ уже довольно видно, какъ надлежитъ первымъ и вторымъ способомъ умножать между собою числа состоящія изъ цѣлыхъ и ломаныхъ, а притомъ всякъ самъ рассудить можетъ, которой способъ когда лучше употреблять надобно, ежели кто къ обоимъ онымъ способамъ умноженія привыкнетъ. И хотя сей послѣдней способъ показанъ только о умноженіи двухъ чиселъ между собою: однакожъ можетъ онъ лехко и тогда употребленъ быть, когда больше нежели два числа умножать случится. Ибо сперва надлежитъ только два числа между собою умножить, а произведеніе умножить потомъ третьимъ числомъ; что отъ того умноженія произойдетъ, то надобно умножить еще четвертымъ числомъ, и такъ далѣе, пока всѣми числами умноженіе учинится: то искомое произведеніе и найдется.

ГЛАВА

ГЛАВА IX.
О ДѢЛЕНІИ ВЪ ДОЛЯХЪ.

1.

Когда изъ двухъ ломаныхъ чиселъ одинакихъ знаменателей имѣющихъ одно надлежитъ раздѣлить на другое, то частное число найдется, ежели числитель дѣлимаго числа̀ раздѣлится на числителя дѣлителя. Происходящее отъ такого дѣленія частное число будетъ число ломаное, котораго числитель имѣетъ состоять изъ числителя дѣлимаго числа̀, а знаменатель изъ числителя дѣлителя.

Когда два ломаныя числа имѣютъ одинакихъ знаменателей, то сперва можно тотчасъ видѣть, которое изъ нихъ больше другаго: для того что то ломаное число, котораго числитель больше, и само больше другаго. Отъ сего можно также еще и то видѣть, во сколько разъ большое число больше меньшаго: ибо когда числитель одного ломанаго числа̀ вдвое больше числителя другаго ломанаго числа̀, то первое оное ломаное число и само вдвое больше другаго. Такъ напримѣръ $\frac{4}{5}$ вдвое больше $\frac{2}{5}$; для того

что ежели $\frac{2}{5}$ умножатся 2мя, то выдутъ $\frac{4}{5}$. равнымъ же образомъ когда числитель одного ломанаго числа втрое или вчетверо больше, нежели числитель другаго ломанаго числа: то и оное ломаное число втрое или вчетверо больше другаго. Отъ сего видно, что во сколько разъ числитель одного ломанаго числа больше числителя другаго ломанаго числа, во столькожъ разъ и самое то ломаное число другаго больше; ежели притомъ обѣ ломаныя числа имѣютъ одинакихъ знаменателей. А понеже въ дѣленіи ничего больше не требуется какъ только чтобъ знать, во сколько разъ одно число больше другаго; и то число, которое показываетъ во сколько разъ одно число больше другаго, называется частное число: того ради то, когда одно ломаное число дѣлится на другое, также не что иное значитъ, какъ только чтобъ сыскать, во сколько разъ одно изъ нихъ больше другаго, что чрезъ частное число изъявляется. И такъ, понеже изъ двухъ ломаныхъ чиселъ, одинакихъ знаменателей имѣющихъ, одно другаго во столько разъ больше, во сколько разъ его числитель больше другаго числителя; то изъ двухъ такихъ ломаныхъ чиселъ одно раздѣлится на другое тогда, когда числитель одного ломанаго числа раздѣленъ будетъ на числителя другаго ломанаго числа. Изъ такихъ ломаныхъ чиселъ одно называется *дѣлимое*, которое надлежитъ на другое раздѣлить, а другое, на кото-

которое дѣлить надобно называется *дѣлитель.* Ежели оныя ломаныя числа имѣютъ одинакихъ знаменателей, то дѣленіе дѣлается такимъ образомъ, когда числитель дѣлимаго ломанаго числа раздѣлится на числителя дѣлителя, причемъ найденное частное число показываетъ, сколько разъ дѣлитель въ дѣлимомъ содержится. Сіе частное число можетъ быть иногда цѣлое, а иногда ломаное, по тому какъ дѣлимое число дѣлителя въ себѣ или ровно нѣсколько разъ содержитъ, или нѣтъ. Но какъ бы то ни было, однакожъ частное число можно всегда изобразить на подобіе ломанаго, котораго числитель будетъ числитель дѣлимаго числа, а знаменатель числитель дѣлителя. Потомъ когда сіе ломаное число найдется, можно уже видѣть, льзя ли оное привести въ цѣлыя числа, или уменьшить, что всегда примѣчать надобно. Напримѣръ когда ломаное число $\frac{7}{12}$ надобно раздѣлить на $\frac{5}{12}$, то по сему правилу частное число будетъ $\frac{7}{5}$, или $1\frac{2}{5}$. Также ежели $\frac{8}{11}$ надобно раздѣлить на $\frac{6}{11}$, то частное число будетъ $\frac{8}{6}$ или $1\frac{1}{3}$. Или когда кто пожелаетъ знать, сколько разъ $\frac{5}{21}$ содержатся въ $\frac{15}{21}$, то найдется частное число 3; и такъ въ слѣдующихъ примѣрахъ.

$\frac{2}{3}$ въ $\frac{5}{3}$ ти содержатся $\frac{5}{2}$ или $2\frac{1}{2}$ раза.

$\frac{9}{13}$ въ $\frac{6}{13}$ ти содержатся $\frac{6}{9}$ или $\frac{2}{3}$ раза.

При всѣхъ сихъ примѣрахъ, такъ какъ и во всѣхъ прочихъ случаяхъ дѣленія можно для повѣренія умножить дѣлителя частнымъ числомъ, и ежели въ произведеніи выдетъ дѣлимое число, то дѣленіе учинено исправно.

2) Но когда ломаныя числа, изъ которыхъ одно надлежитъ раздѣлить на другое, имѣютъ неравныхъ знаменателей, тогда надобно ихъ только привести къ одинакимъ знаменателямъ; а потомъ дѣленіе дѣлать вышепоказаннымъ образомъ. Отъ того слѣдуетъ сіе правило: Умножь числителя дѣлимаго числа знаменателемъ дѣлителя, а знаменателя дѣлимаго числа умножь числителемъ дѣлителя, то первое произведеніе дастъ числителя частнаго числа, а послѣднее дастъ его знаменателя.

Когда два ломаныя числа неравныхъ знаменателей имѣющія надобно привести къ одинакимъ знаменателямъ, тогда надлежитъ числителя и знаменателя каждаго ломанаго числа умножить знаменателемъ другаго; какъ то уже прежде показано. Чего ради когда такимъ образомъ два ломаныя числа, изъ которыхъ одно надлежитъ раздѣлить на другое, къ одинакимъ знаменателямъ приведутся: то для дѣлимаго числа выдетъ такое ломаное число, котораго числитель будетъ прежней чи-

числитель знаменателемъ делителя умноженной; а делитель переменится въ другое ломаное число, котораго числитель будетъ произведенïе изъ прежняго числителя и знаменателя делимаго числа, и притомъ оба оныя ломаныя числа будутъ иметь одного общаго знаменателя, изъ произведенïя обоихъ прежнихъ знаменателей состоящаго. И такъ когда данныя ломаныя числа къ одинакимъ знаменателямъ уже приведутся, то искомое частное число, посилѣ прежняго предложенïя, будетъ такое ломаное число, котораго числитель есть числитель делимаго числа, а знаменатель числитель делителя. Но когда оба оныя дѣйствïя, то есть приведенïе къ одинакому знаменателю и самое деленïе, соединятся въ одно, то произойдетъ отъ того следующее правило: *Когда изъ двухъ данныхъ ломаныхъ чиселъ одно надлежитъ разделить на другое, то частное число будетъ состоять изъ такого ломанаго числа, котораго числитель есть произведенïе изъ числителя делимаго числа и изъ знаменателя делителя, а знаменатель есть произведенïе изъ числителя делителя и изъ знаменателя делимаго числа.* Чего ради ежели по сему правилу $\frac{5}{8}$ надобно разделить на $\frac{2}{3}$, то $\frac{5}{8}$ есть делимое число, а $\frac{2}{3}$ делитель, и по тому 5 умноженныя 3мя, то есть 15, дадутъ въ частномъ числѣ числителя, а 8 умноженныя 2мя, или 16, дадутъ знаменателя, следовательно частное число будетъ

$\frac{15}{16}$. Самое дѣленіе представляется слѣдующимъ образомъ.

Дѣлитель		Дѣлимое число		Частное число
$\frac{2}{3}$	╳	$\frac{5}{8}$	|	$\frac{15}{16}$.

А именно написавши дѣлителя предъ дѣлимымъ числомъ проводятся отъ числителя дѣлимаго числа къ знаменателю дѣлителя, и отъ знаменателя дѣлимаго числа къ числителю дѣлителя на крестъ пересѣкающіяся прямыя черты. Потомъ послѣдуя симъ на крестъ проведеннымъ чертамъ умножается числитель дѣлимаго числа 5 знаменателемъ дѣлителя 3, а произведеніе 15 пишется вмѣсто числителя въ частномъ числѣ. Послѣ умножается также и знаменатель дѣлимаго числа 8 числителемъ дѣлителя 2, а произведеніе 16 ставится вмѣсто знаменателя въ частномъ числѣ, и такимъ образомъ получается частное число $\frac{15}{16}$. Но чтобъ о справедливости сего дѣленія больше удостовѣриться, то можно данныя ломаныя числа привести сперва къ одинакимъ знаменателямъ, въ которомъ случаѣ вмѣсто $\frac{2}{3}$ и $\frac{5}{8}$ выдутъ $\frac{16}{24}$ и $\frac{15}{24}$, изъ которыхъ ежели послѣднее, посилѣ перваго предложенія, на первое раздѣлено будетъ, то получится частное число опять $\frac{15}{16}$. Еще можно дѣленіе сихъ ломаныхъ чиселъ представить себѣ и такимъ образомъ. Когда $\frac{5}{8}$ надобно раздѣлить на $\frac{2}{3}$, то частное

число

число можетъ тотчасъ изображено быть такъ: $\frac{\frac{5}{8}}{\frac{2}{3}}$. Ибо сїе изображенїе представляетъ такое ломаное число, котораго числитель состоитъ изъ $\frac{5}{8}$, а знаменатель изъ $\frac{2}{3}$; и слѣдовательно содержитъ оно, по свойству ломаныхъ чиселъ, частное число, отъ дѣленїя $\frac{5}{8}$ти на $\frac{2}{3}$ происходящее. Но чтобъ такое необыкновенное изображенїе ломанаго числа написать обыкновеннымъ образомъ, то есть, чтобъ сїе ломаное число перемѣнить въ другое, котораго числитель и знаменатель состоятъ изъ цѣлыхъ чиселъ: то надлежитъ какъ числителя такъ и знаменателя умножить сперва 8мью, отъ чего выдетъ сїе ломаное число $\frac{5}{\frac{16}{3}}$, для того что $\frac{5}{8}$ умноженныя 8мью даютъ 5, а $\frac{2}{3}$ умноженныя 8мью даютъ $\frac{16}{3}$. Теперь числитель состоитъ уже изъ цѣлаго числа; а понеже знаменатель есть еще ломаное число: то надлежитъ вверьху и внизу умножить 3мя, отъ чего выдетъ $\frac{15}{16}$. Сей способъ дѣленїя можетъ служить также и для доказательства прежде данному правилу, потому что оно отъ сего дѣленїя слѣдуетъ.

Для бо́льшей вѣрности можно употребленное при цѣлыхъ числахъ повѣренїе принять и здѣсь. А именно можетъ оно сперва учинено быть чрезъ умноженїе; по тому что произ-

веденїе

веденіе изъ дѣлителя и частнаго числа должно быть равно дѣлимому числу. Чего ради ежели въ данномъ примѣрѣ $\frac{2}{3}$ умножатся $\frac{15}{16}$тью, то надлежитъ произойти $\frac{5\text{ ти}}{8\text{ намъ}}$ что то по правиламъ умноженія и подлинно дѣлается, какъ слѣдуетъ:

$$\overset{1}{\cancel{\tfrac{2}{3}}}\ \text{умноженныя}\ \overset{5}{\underset{8}{\cancel{\tfrac{15}{16}}}}\text{тью даютъ}\ \tfrac{5}{8}.$$
$$\quad_{1}$$

Потомъ можно повѣреніе дѣлать и чрезъ самое дѣленіе: для того что когда дѣлимое число раздѣлится на частное, то долженъ выттти дѣлитель. Такъ когда въ вышеозначенномъ примѣрѣ $\frac{5}{8}$ раздѣлятся на $\frac{15}{16}$, то должны вытти $\frac{2}{3}$; что и подлинно такъ дѣлается, какъ отъ слѣдующаго видно.

Дѣлит.		Дѣлим.		Частное число
$\frac{15}{16}$	X	$\frac{5}{8}$	|	$\frac{80}{120}$, или $\frac{2}{3}$.

Но чтобъ въ семъ способѣ дѣленія можно было больше натвердиться, то пріобщимъ мы къ сему нѣсколько и другихъ примѣровъ, при которыхъ еще нѣчто особливо примѣчать надлежитъ.

Когда ломаное число $\frac{7}{10}$ надобно раздѣлить на 2, то частное число будетъ $\frac{7}{20}$; какъ то видно отъ слѣдующаго.

Дѣли-

Дѣлитель		Дѣлим. ч,		Частное число
$\frac{2}{1}$	×	$\frac{7}{10}$	|	$\frac{7}{20}$

А именно вмѣсто 2хъ надобно написать $\frac{2}{1}$, чтобъ сїе цѣлое число такимъ способомъ перемѣнилось на подобїе ломанаго, и притомъ бы прежде данное правило употребить можно было. Но отъ того видно, что ломаное число на 2 раздѣлится такимъ образомъ, когда его знаменатель 2мя умножится. Тожъ можно сказать и о прочихъ цѣлыхъ числахъ, а именно что всякое ломаное число дѣлится на цѣлое число такъ, когда его знаменатель цѣлымъ числомъ умножается. Напримѣръ $\frac{5}{6}$ будучи раздѣлены на 3 даютъ $\frac{5}{18}$, а $\frac{7}{4}$ раздѣленныя на 5 даютъ $\frac{7}{20}$. Ежели же числитель можетъ на цѣлое число раздѣленъ быть, то надобно только такого числителя раздѣлить, а знаменателя оставить прежняго безъ всякой перемѣны. Такъ напримѣръ $\frac{10}{17}$ будучи раздѣлены на 2 даютъ $\frac{5}{17}$: для того что по прежнему способу дѣленїя выдутъ $\frac{10}{34}$, которое число отъ $\frac{5}{17}$ не разнится, по тому что въ прежнемъ ономъ ломаномъ числѣ, а именно въ $\frac{10}{3}$, числителя и знаменателя можно раздѣлить на 2. Также когда $\frac{24}{35}$ случится дѣлить на 8, то частное число будетъ $\frac{3}{35}$. Чего ради *когда ломаное число надобно дѣлить на цѣлое: тогда надлежитъ сперва*

рас-

рассуждать, не можетъ ли числитель на оное цѣлое число раздѣленъ быть, и въ такомъ случаѣ должно числителя на то число и подлинно раздѣлить, а знаменателя оставить прежняго безъ перемѣны, то частное число и получится; ежели же числитель на цѣлое число раздѣленъ быть не можетъ, тогда оставляется числитель безъ перемѣны, а умножается только знаменатель тѣмъ цѣлымъ числомъ, то частное число и выходитъ. Сїе правило надлежитъ въ такихъ случаяхъ прилѣжно примѣчать: для того что по оному частное число гораздо скоряе получается.

Ежели ломаное число $\frac{13}{15}$ надобно раздѣлить на $\frac{1}{2}$, то частное число будетъ $\frac{26}{15}$, какъ отъ слѣдующаго видно.

Дѣлитель		Дѣлим. ч.		Частное число
$\frac{1}{2}$	×	$\frac{13}{15}$	|	$\frac{26}{15}$, или $1\frac{11}{15}$.

Чего ради *всякое ломаное число дѣлится на* $\frac{1}{2}$ *такимъ образомъ, когда его числитель умножится* 2мя, отъ чего видно, что на $\frac{1}{2}$ *дѣлить тожъ значитъ, что* 2мя *умножать.* Такое же свойство имѣютъ и прочїя *ломаныя числа, у которыхъ числитель* 1: для того что *на нихъ всякое ломаное число дѣлится такимъ образомъ, когда только числитель дѣлимаго числа умножится знаменателемъ дѣлителя.*

На-

НапримѢрЪ, $\frac{5}{4}$ будучи раздѢлены на $\frac{1}{3}$ даютЪ $\frac{15}{4}$ или $3\frac{3}{4}$, что тожЪ самое есть, бутто бы $\frac{5}{4}$ умножены были 3мя.

Когда $\frac{16}{25}$ раздѢлятся на $\frac{2}{5}$, то вЪ частномЪ числѢ выдутЪ $\frac{8}{5}$, какЪ отЪ слѢдующаго видно.

ДѢлитель		ДѢлимое ч.		Частное число
$\frac{2}{5}$	╳	$\frac{16}{25}$	|	$\frac{80}{50}$, или $\frac{8}{5}$.

Сей примѢрЪ надлежитЪ для того примѢчать, что вЪ немЪ числителя дѢлимаго числа 16 можно раздѢлить на числителя дѢлителя 2 также и знаменателя дѢлимаго числа можно раздѢлить на знаменателя дѢлителя. Ибо отЪ сего, видно что *частное число выдетЪ, ежели числителя дѣлимаго числа раздѣлить на числителя дѣлителя, а знаменателя дѣлимаго числа раздѣлить на знаменателя дѣлителя.* ТакЪ напримѢрЪ $\frac{8}{9}$ будучи раздѢлены на $\frac{2}{3}$ даютЪ $\frac{4}{3}$, а $\frac{24}{35}$ будучи раздѢлены на $\frac{6}{7}$ даютЪ $\frac{4}{5}$. Основанїе сего можно усмотрѢть отЪ повѢренїя, которое дѢлается чрезЪ умноженїе: ибо отЪ того видно, что ежели найденное частное число умножится дѢлителемЪ, то произойдетЪ дѢлимое число, а вЪ какихЪ случаяхЪ дѢленїе можетЪ учинено быть скоряе и короче, то показывается вЪ слѢдующемЪ предложенїи:

3) Дѣленіе ломаныхъ чиселъ можетъ перемѣнено быть въ простое умноженіе такимъ образомъ, когда только дѣлитель обращенъ будетъ и возмется вмѣсто множителя, а обращеніе ломанаго числа дѣлается такъ, когда въ немъ знаменатель поставится на мѣсто числителя, а числитель на мѣсто знаменателя. И ежели такимъ образомъ дѣленіе перемѣнится въ умноженіе, то можно будетъ и при немъ всѣ тѣ способности употреблять, которыя въ прежней главѣ при умноженіи показаны были, чрезъ что самое дѣйствіе и при дѣленіи гораздо короче учинится, такъ что частное число выдетъ тотчасъ въ самыхъ меньшихъ возможныхъ числахъ, не употребляя больше уже никакого уменьшенія.

Ломаное число оборачивается такимъ образомъ, когда числитель поставится на мѣсто знаменателя, а знаменатель на мѣсто числителя, такъ ежели $\frac{5}{8}$ оборотятся, то выдутъ $\frac{8}{5}$. О семъ обращеніи ломаныхъ чиселъ надлежитъ вообще примѣчать, что ежели ломаное число случится меньше 1, то обращенное ломаное число будетъ единицы больше;

а напротивъ того ежели ломаное число единицы больше, то обращенное будетъ меньше нежели 1. Основанїе сего довольно видно. Ибо когда въ ломаномъ числѣ числитель меньше знаменателя, тогда ломаное число и само меньше единицы; а когда числитель больше знаменателя, тогда ломаное число и само больше единицы. Присемъ надлежитъ еще примѣчать, что ежели умножены будутъ два такїя ломаныя числа, въ которыхъ числители и знаменатели по перемѣнамъ между собою равны: то въ произведенїи выдетъ всегда 1, или одна единица. Такъ $\frac{3}{4}$ будучи умножены $\frac{4}{3}$мя даютъ 1; а 8 умноженныя $\frac{1}{8}$ною, то есть $\frac{8}{1}$ умноженныя $\frac{1}{8}$ною даютъ также 1. Но понеже, какъ выше показано, одно ломаное число дѣлится на другое такимъ образомъ, когда числитель дѣлимаго числа умножается знаменателемъ дѣлителя, а знаменатель дѣлимаго числа числителемъ дѣлителя, и притомъ первое произведенїе возмется въ частномъ числѣ за числителя, а послѣднее за знаменателя: то можно легко видѣть, что такоежъ частное число выдетъ и тогда, ежели дѣлитель оборотится и дѣлимымъ числомъ умноженъ будетъ. Напримѣръ когда $\frac{7}{12}$ надобно раздѣлить на $\frac{4}{5}$, то по первому правилу частное число найдется слѣдующимъ образомъ:

Дѣлитель		Дѣлим. ч.	Частное число
$\frac{4}{5}$	×	$\frac{7}{12}$	$\frac{35}{48}$

а по сему правилу находится частное число чрезъ умноженіе дѣлимаго числа обращеннымъ дѣлителемъ, а именно такъ:

Дѣлитель	Дѣлим. ч.	Частное число
($\frac{4}{5}$) $\frac{5}{4}$	умнож. $\frac{7}{12}$тью	$\frac{35}{48}$.

Отъ сего познавается изрядное свойство дѣленія съ умноженіемъ, а именно что на $\frac{4}{5}$ дѣлить тожъ значитъ, что $\frac{5}{4}$тью множить; и что на всякое ломаное число дѣлить всегда тожъ значитъ, что тѣмже обращеннымъ ломаным числомъ множить. Такъ одною половиною то есть $\frac{1}{2}$ною умножать не что иное значитъ, какъ на 2 дѣлить; а на $\frac{1}{2}$ дѣлить, тожъ значитъ, что 2мя множить. И хотя кажется, будто отъ сея перемѣны дѣленія въ умноженіе самое дѣйствіе не облехчается, для того что какъ въ томъ такъ и въ другомъ случаѣ всегда одно умноженіе употреблять надобно: но понеже мы при умноженіи показали особливыя способности, чрезъ которыя произведеніе тотчасъ въ самыхъ меньшихъ возможныхъ числахъ получается, то и при дѣленіи, когда оно перемѣняется въ умноженіе, тѣжъ способности употреблены быть могутъ, и такимъ образомъ для дѣленія особливыхъ способностей

вымы-

вымышлять и показывать уже не надобно. Помянутыя способности, которыя при умноженіи употреблены быть могутъ, состоятъ въ томъ, что при двухъ между собою умножажаемыхъ ломаныхъ числахъ надобно прежде каждаго числителя съ каждымъ знаменателемъ уменьшить, что посредствомъ общаго дѣлителя дѣлается, поставляя вмѣсто тѣхъ чиселъ, изъ которыхъ ломаныя состоятъ, найденныя частныя числа. Но тужъ способность можно употреблять и въ дѣленіи, когда оно перемѣнено будетъ въ умноженіе; какъ то отъ слѣдующихъ примѣровъ пространнѣе видѣть можно.

I. Ежели $\frac{5}{8}$ надобно раздѣлить на $\frac{3}{4}$, то дѣлается дѣленіе, и частное число находится слѣдующимъ образомъ:

Дѣлитель Дѣлим. ч. Частоое число

$$\left(\tfrac{3}{4}\right)\ \frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{3}\quad\text{——}\quad\frac{5}{\underset{2}{\cancel{8}}}\ \Big|\ \frac{5}{6}$$

А именно вмѣсто дѣлителя $\frac{3}{4}$ должно поставить $\frac{4}{3}$, чтобъ $\frac{5}{8}$ можно было умножить $\frac{4}{3}$мя. Когда сіе учинено будетъ, то видно, что 8 и 4 можно на 4 уменьшить; чего ради вмѣсто 4хъ ставится 1, а вмѣсто 8ми ставятся 2. Потомъ когда 1 умножится 5ью, а 3 умножатся 2мя, то частное число выдетъ въ самыхъ меньшихъ возможныхъ числахъ, а именно $\frac{5}{6}$.

II. Надлежитъ $\frac{32}{45}$ раздѣлить на $\frac{4}{9}$; чего ради частное число найдется слѣдующимъ образомъ:

Частное число

$$\left(\tfrac{4}{9}\right)\ \frac{\overset{1}{\not 4}}{\underset{1}{\not 9}}\ \text{——}\ \frac{\overset{8}{\not 3\not 2}}{\underset{5}{\not 4\not 5}}\ \Big|\ \frac{8}{5}\ \text{или}\ 1\tfrac{3}{5}.$$

Въ семъ примѣрѣ можно 9 и 45 раздѣлить на 9; чего ради вмѣсто 9ти надлежитъ написать 1, а вмѣсто 45ти надлежитъ написать 5. Равнымъ же образомъ 4 и 32 могутъ оба раздѣлены быть на 4; и для того вмѣсто 4хъ должно поставить 1, а 8 вмѣсто 32хъ; и такъ частное число найдется $\frac{8}{5}$ или $1\frac{3}{5}$. Чего ради $\frac{4}{9}$ содержатся въ $\frac{32}{45}$ однажды и еще $\frac{3}{5}$ раза; или $\frac{32}{45}$ содержатъ въ себѣ $\frac{5}{9}$ однажды и еще три пятины четырехъ девятинъ. И такъ ежели кто желаетъ вѣдать, сколько значатъ три пятины четырехъ девятинъ, тотъ долженъ $\frac{4}{9}$ умножить $\frac{3}{5}$мя, причемъ выдутъ $\frac{4}{15}$; чего ради $\frac{32}{45}$ должны столько же въ себѣ содержать, сколько $\frac{4}{9}$ и $\frac{4}{15}$ вмѣстѣ, что также и чрезъ сложеніе сыскано быть можетъ.

III. Требуется такое число, котораго пять осьмыхъ частей дѣлаютъ 29. Сей вопросъ состоитъ въ томъ, чтобъ сыскать такое число, которое будучи умножено

$\frac{5}{8}$тью

$\frac{5}{8}$тью производитъ 29: ибо пять осьмыхъ частей нѣкотораго числа есть не что иное, какъ то число умноженное $\frac{5}{8}$тью. Чего ради требованное число найдется, когда 29 раздѣлятся на $\frac{5}{8}$: для того что частное число въ семъ случаѣ будетъ такого состоянія, что ежели оно умножится $\frac{5}{8}$тью, то произойдетъ отъ того 29. И такъ для полученія искомаго числа станемъ дѣлить 29 или $\frac{29}{1}$ на $\frac{5}{8}$.

Частное число

$$\left(\tfrac{5}{8}\right)\ \tfrac{8}{5} \;—\; \tfrac{29}{1}\ \Big|\ \tfrac{232}{5} \text{ или } 46\tfrac{2}{5}.$$

Такимъ образомъ вышло искомое число $46\frac{2}{5}$. А что сіе число требованное свойство имѣетъ, то покажетъ повѣреніе, а именно когда $46\frac{2}{5}$ умножены будутъ $\frac{5}{8}$тью, отъ чего можно видѣть, выдетъ ли 29.

$46\frac{2}{5}$
$\frac{5}{8}$
$\frac{230}{8}$ то есть $28\frac{3}{4}$
$\frac{10}{40}$ или $\frac{1}{4}$
Сумма 29.

4) Когда сложенное число, состоящее изъ цѣлаго и ломанаго, надобно

дѣлить на ломаное число: тогда можно или цѣлое оное число, а потомъ и ломаное на дѣлителя дѣлить порознь, и сложить частныя числа вмѣстѣ; или можно такое сложенное дѣлимое число привести въ одно только ломаное число, а послѣ дѣлать дѣленіе вышепоказаннымъ образомъ. Ежели же дѣлитель будетъ сложенное число, то его должно необходимо привести въ одно только ломаное число.

Когда дѣлимое число и дѣлитель состоятъ изъ сложенныхъ чиселъ, то есть изъ цѣлыхъ вмѣстѣ съ ломаными, тогда дѣленіе не имѣетъ никакой трудности, для того что уже прежде показано, какъ такія сложенныя числа надлежитъ приводить въ простыя ломаныя числа. Напримѣръ ежели надобно $4\frac{3}{5}$ раздѣлить на $2\frac{1}{2}$, то приводятся прежде оба оныя числа, а именно дѣлимое и дѣлитель, въ простыя ломаныя числа, такъ что вмѣсто ихъ надобно дѣлить $\frac{23}{5}$ на $\frac{5}{2}$ причемъ частное число находится слѣдующимъ образомъ:

Частное число

$$\left(\frac{5}{2}\right)\frac{2}{5} \;——\; \frac{23}{5} \;\Big|\; \frac{46}{25} \text{ или } 1\frac{21}{25}.$$

Сей способъ для всѣхъ такихъ дѣленій весь-

весьма надлеженъ, и для того не надобно бы было больше никакого особливаго правила для такихъ примѣровъ предлагать. Но понеже дѣленіе можетъ часто весьма прекращено быть, когда каждая часть дѣлимаго числа на дѣлителя особливо раздѣлится, и найденныя частныя числа вмѣстѣ сложатся, которыхъ сумма дастъ искомое частное число: того ради въ такомъ случаѣ дѣлимаго числа, ежели оно состоитъ изъ цѣлаго и ломанаго, въ одно ломаное число приводить уже не надобно; однакожъ дѣлителя должно всегда приводить въ одно ломаное число. Такъ можно $30\frac{7}{12}$ дѣлить на $\frac{5}{6}$, не употребляя преждепомянутаго приведенія цѣлаго числа въ ломаное, а именно слѣдующимъ образомъ:

Дѣлитель		Дѣлим. ч.	Частное число
$(\frac{5}{6})\ \frac{6}{5}$	—	$\frac{30}{1}$	$\frac{36}{1}$ или 36
		$\frac{7}{12}$	$\frac{7}{10}$

искомое частное число $36\frac{7}{10}$.

Но когда $21\frac{5}{12}$ надобно дѣлить на $5\frac{4}{9}$: то прежде всего надлежитъ дѣлителя $5\frac{4}{9}$ перемѣнить въ одно ломаное число, которое будетъ $\frac{49}{9}$, а дѣлимое число можетъ въ прежнемъ состояніи непремѣнно остаться, и дѣленіе учинено быть слѣдующимъ образомъ:

Дѣ-

Дѣлитель		Дѣлим. ч.	Частное число
$\left(\frac{49}{9}\right)\ \frac{9}{\underset{7}{\cancel{49}}}$	—	$\frac{\overset{3}{\cancel{21}}}{1}$	$\frac{27}{7}$ или $3\frac{6}{7}$
$\frac{\overset{3}{\cancel{9}}}{49}$	—	$\frac{5}{\underset{4}{\cancel{12}}}$	$\frac{15}{196}$

Искомое частное число $3\frac{183}{196}$.

Ежели же бы сей примѣрѣ здѣлать по прежде показанному способу и привести также и дѣлимое число въ одно ломаное число, которое вышло бы $\frac{257}{12}$, то бы надлежало дѣленіе производить такъ:

Дѣлитель		Дѣлим. ч.	Частное число
$\left(\frac{49}{9}\right)\ \frac{\overset{3}{\cancel{9}}}{49}$	—	$\frac{257}{\underset{4}{\cancel{12}}}$	$\frac{771}{196}$ или $3\frac{183}{196}$

что въ частномъ даетъ тожъ самое число, которое и прежде найдено было. При такихъ примѣрахъ можно по изволенію или первой или второй способъ дѣленія употреблять, и кажется что о томъ нѣтъ нужды пространно говорить, въ какихъ случаяхъ которой изъ объявленныхъ способовъ можетъ быть полезнѣе, по тому что то отъ частаго и прилѣжнаго употребленія само собою лучше объявится.

КОНЕЦЪ ПЕРВОЙ ЧАСТИ.

```
  561         551
   33⅓          ⅓
 ─────        ────
  1683         561  т. е. 187 цѣлыхъ
 1683         ────
 ─────          3
 18513
   187   приложить
 ─────
```

и выдетъ 18700 алтынъ.

VI Спрашивается, сколько прошло дней въ 36 лѣтъ по старому Іуліанскому календарю?

Отв: По Іуліанскому счисленію каждой годъ состоитъ изъ $365\frac{1}{4}$ дней; чего ради надлежитъ означенное число дней умножить числомъ 36.

```
  365     36
   36      ¼
 ─────   ────
  2190    36  т. е. 9 цѣлыхъ
 1095    ────
 ─────     4
 13140
     9  сіи 9 приложи къ числу 13140
 ─────
 13159 , число дней въ 36 годахъ.
```

VII Спрашивается, сколько будетъ Голландскихъ Штиберовъ въ 1320 рубляхъ, когда въ рублѣ по силѣ векселя содержится $48\frac{3}{4}$ штиберовъ?

Отв: понеже рубль $48\frac{3}{4}$ штиберовъ содержитъ; то данное число рублей, а имянно

но 1520 умножь $48\frac{3}{4}$ нижеслѣдующим образомъ:

1320   1320
  48         $\frac{3}{4}$
10560 $\frac{3960}{4}$ т. е. 990 цѣлыхъ
528
63360
  990 приложи, и выдетъ
64350 штиберовъ.

Когда единица самаго большаго сорта, которую въ малой сортъ превратить должно, будетъ ломаное число, то данное правило тѣмъ больше имѣетъ силы, какъ то изъ нижеслѣдующихъ примѣровъ видно.

VIII. Желаю знать, сколько въ $16\frac{3}{5}$ рубля содержится копеекъ?

Отв: Понеже 1 рубль содержитъ 100 копеекъ, того ради умножь данное число рублей, а имянно $16\frac{3}{5}$, 100ю, произведенiе покажетъ желаемое число копеекъ, то есть 1660.

IX. Нѣкто имѣетъ $\frac{8}{9}$ фунта перцу, и желаетъ знать, сколько въ сей тяжести содержится золотниковъ.

Отв: Понеже фунтъ составляетъ 96 золотниковъ, то умножь данные фунты 96ю, произведенiе $85\frac{1}{3}$ покажетъ желаемое число золотниковъ.

X.

X. НЂкто желаетЪ черезЪ вексель переслать вЪ Голландію $832\frac{5}{8}$ рубля, а по силЂ векселя содержится вЪ рублЂ $49\frac{1}{4}$ штиберовЪ; спрашивается, сколько штиберовЪ должно заплатить вЪ Голландію?

Отв. Понеже рубль содержитЪ 49 штиберовЪ сЪ $\frac{1}{4}$, то надлежитЪ данную сумму $832\frac{5}{8}$ рубля, умножить $49\frac{1}{4}$

$832\frac{5}{8}$	$\frac{1}{4}$ ум: 832	дастЪ	208
$49\frac{1}{4}$			
7468	$\frac{5}{8}$ ум: $\frac{1}{4}$ 49	дастЪ	$30\frac{5}{8}$
3328			
40768	$\frac{5}{8}$ ум:	дастЪ	$\frac{5}{32}$
придай $238\frac{25}{32}$			$238\frac{25}{32}$
выдетЪ $41006\frac{25}{32}$ штиберовЪ.			

3) Когда какое количество дано будетЪ вЪ разныхЪ сортахЪ, то можно оное представить вЪ частяхЪ самаго малаго сорта слЂдующимЪ образомЪ, а имянно: приведи сперьва самой большой сортЪ вЪ ближайшей меньшей сортЪ, кЪ произведенію приложи единицы сего меньшаго сорта, какія при томЪ случатся, а сію сумму приведи

такимЪже

такимъже образомъ въ слѣдующей ближайшей меньшей сортъ ; и приложи къ тому опять находящіяся единицы сего меньшаго сорта : сіе дѣйствіе продолжай до тѣхъ поръ , пока дойдетъ до самаго малаго сорта.

Основаніе сего дѣйствія есть само по себѣ такъ ясно , что никакого доказательства къ тому не требуется : того ради предложимъ мы здѣсь только нѣсколько примѣровъ , по которымъ бы употребленіе и пользу сего дѣйствія яснѣе видѣть можно было.

I. Желаетъ нѣкто знать , сколько въ 5 пудахъ , 18 фунтахъ , 20 лотахъ , 2 золотникахъ содержится золотниковъ ?

Отв : возми сперва самой большой сортъ , то есть пуды , которыхъ 5 въ задачѣ находится ; приведи оныя въ фунты , считая во всякомъ пудѣ по 40 фунтовъ , произойдетъ 200 фунтовъ ; къ сему произведенію надлежитъ приложить еще 18 фунтовъ , и будетъ всего 218 фунтовъ. Сіи фунты приведи въ лоты , или умножь 32 мя , и выдетъ 6976 лотовъ ; приложи къ сей суммѣ 20 данныхъ лотовъ , произойдетъ 6996 лотовъ. Напо-

слѣдокъ

слѣдокъ приведи лоты въ золотники, считая во всякомъ лотѣ по 3 золотника, и произойдетъ 20988 золотниковъ, приложи къ сей суммѣ данные два золотника, и выдетъ 20990 золотниковъ, которые равны 5 пудамъ, 18 фунтамъ, 20 лотамъ и 2 золотникамъ, а самое дѣйствїе отправляется слѣдующимъ образомъ:

```
 40        32        3
5 пуд: 18 фунтов: 20 лотов: 2 золотник:
  40
 200 фунтовъ
  18
 218 фунтовъ
  32
 436
654
  20
6966 лотовъ
   3
20988
   2
20990 золотниковъ.
```

Для сокращенїя сего исчисленїя можно, смотря по обстоятельствамъ, многїе способы найти, которые изустно гораздо лехче

легче показаны быть могутъ. Напримѣръ для приложенія послѣднихъ 2 золотниковъ не надлежалобы дѣлать новаго сложенія, но тотъ часъ при умноженіи лотовъ 3мя можно бы было и сіи два приложить, и въ самомъ началѣ умноженія, 3 жды 6 дѣлаетъ 18, еще 2, и выдетъ 20. Потомъ продолжай обыкновенное умноженіе.

II. По Аптекарскимъ вѣсамъ имѣетъ нѣкто матеріаловъ 24 фунта, 9 унцій, 5 драхмъ, 1 скрупулъ и 12 гранъ; спрашивается, сколько будетъ гранъ во всѣхъ оныхъ матеріалахъ?

Отв: По Аптекарскимъ вѣсамъ въ фунтѣ 12 унцій, въ унціи 8 драхмъ, въ драхмѣ 3 скрупула, а въ скрупулѣ 20 гранъ.

Сверьхъ сего для сокращенія прописи употребляются слѣдующіе знаки, а имянно:

фунт:	значитъ	фунтъ
унц:	- - -	унцію
драхм:	- - -	драхму
скруп:	- - -	скрупулъ
гран:	- - - -	грану.

Заданной примѣръ и рѣшеніе онаго выдетъ такимъ образомъ:

$$\overset{12}{\smile}\quad\overset{8}{\smile}\quad\overset{3}{\smile}\quad\overset{20}{\smile}$$

24 фунт: 9 унц: 5 драхм: 1 скруп: 12 гр:

```
    12
   ---
    48
   249
   ---
   297  унц.
     8
   ---
  2381  драхм.
     3
   ---
  7144  скруп.
    20
   ---
142880
    12
   ---
142892  грана.
```

Но чтобъ рѣшенїе тѣмъ лучше уразумѣть можно было, того ради при написанїи задачи поставили мы въ верьху числа, которыми показывается, сколько разъ въ каждомъ сортѣ послѣдующей меньшей сортъ содержится. При умноженїи сложены также вдругъ всѣ тѣ числа, которые прикладывать надлежало, чрезъ что выкладка нарочито уменьшилась.

III. Желаетъ нѣкто знать, сколько въ 4 недѣляхъ, 5 дняхъ, 14 часахъ и 36 минутахъ содержится минутъ?

Отв: Понеже всякая недѣля содержитъ въ себѣ 7 дней, день 24 часа,

часъ 60 минутъ, то произойдетъ отъ того слѣдующее исчисленіе.

```
      7          24          60
4 недѣли, 5 дней, 14 часовъ, 36 минутъ
   7
  33  дни
  24
 132
 66
  14
 806  часовъ
  60
48360
  36
48396  минутъ.
```

IV. Сколько находится полушекъ въ 26 рубляхъ, 8 гривнахъ, 2 алтынахъ, 1 копейкѣ и 3 полушкахъ?

Отв: Понеже рубль содержитъ 10 гривенъ, гривна 3 и $\frac{1}{3}$ алтына, алтынъ 3 копейки, копейка 4 полушки; то выдетъ изъ того слѣдующее изчисленіе:

```
        10        3⅓        3        4
26 руб: 8 трив: 2 алтын: 1 коп: 3 полушк:
  10
 268  гривенъ
   3⅓
```